

Résolution de systèmes d'inéquations

ATTENTION :

Les inéquations à deux inconnues ne peuvent se résoudre que graphiquement.

On ne peut pas additionner ou soustraire des inéquations : on doit les traiter séparément.

Régionnement du plan.

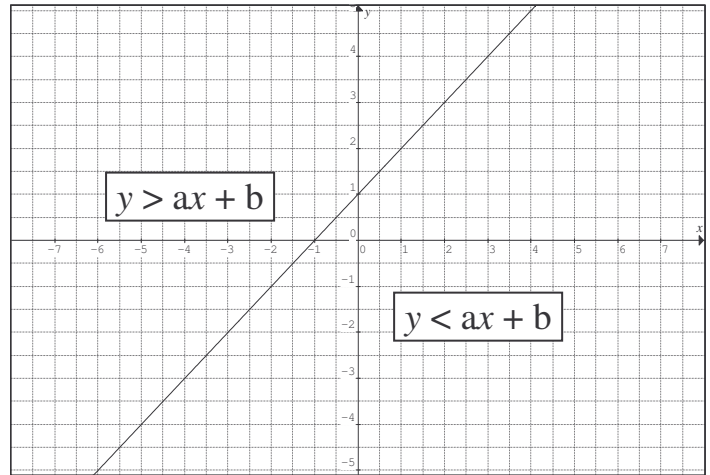
Soit (d) une droite d'équation $y = ax + b$.

Elle partage le plan en deux demi-plans :

- le demi-plan situé en dessous de (d) ,
formé de l'ensemble des points de coordonnées $(x ; y)$ vérifiant $y < ax + b$

- le demi-plan situé au dessus de (d) ,
formé de l'ensemble des points de coordonnées $(x ; y)$ vérifiant $y > ax + b$

La droite (d) est la frontière de ces deux demi-plans.



Application

Déterminer graphiquement les couples $(x ; y)$ vérifiant $6x - 3y - 9 < 0$.

Dans tous les exercices de ce type, on distinguera trois étapes dans la résolution :

On transforme l'inéquation donnée en inéquation du type $y < ..$ ou $y > ...$ (ou $x <$ ou $x >$ quand il n'y a pas de y).

On trace dans un repère la droite associée d'équation $y =$ Elle détermine deux demi-plans.

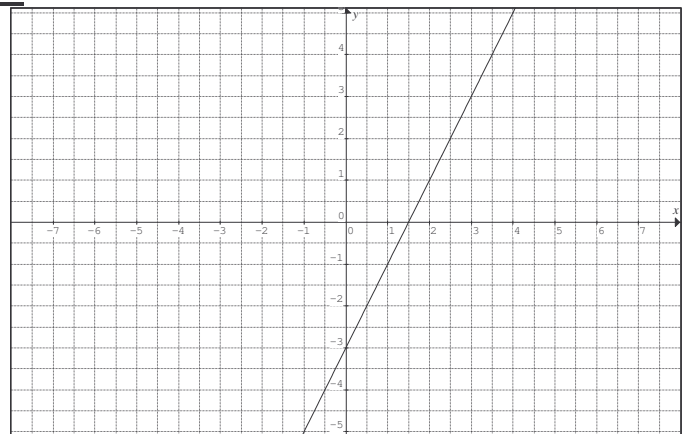
On hachure le demi-plan qui ne convient pas.

Appliquons ces étapes à l'exercice proposé

$$6x - 3y - 9 < 0 \Leftrightarrow 6x - 9 < 3y \Leftrightarrow y > \frac{6x - 9}{3} \Leftrightarrow$$

$$y > 2x - 3$$

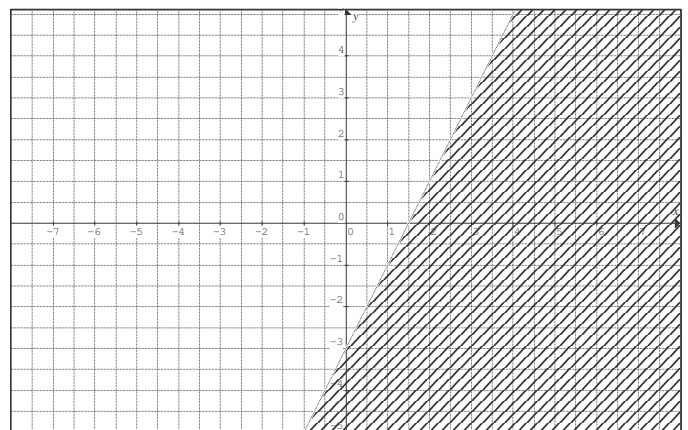
Traçons la droite (d) d'équation $y = 2x - 3$



y étant supérieur à $2x - 3$, il faut hachurer le demi-plan situé en dessous de la droite (d) qui ne convient pas.

On peut vérifier en prenant un point n'appartenant pas à la droite (d) . Le point $O(0 ; 0)$ n'appartient pas à (d) .

$$6 \times 0 - 3 \times 0 - 9 < 0 \text{ vrai}$$



Résolution graphique de systèmes d'inéquations.

Résoudre graphiquement un système d'inéquations consiste à chercher les éventuels points dont les coordonnées vérifient chacune des inéquations.

Par exemple, résoudre le système $\begin{cases} 3x - y < -4 \\ x + 2y > 2 \end{cases}$ revient à trouver les éventuels points $M(x ; y)$ tels que l'on ait $3x - y < -4$ et $x + 2y > 2$.

La méthode consiste à rechercher, pour chacune des inéquations, l'ensemble des points dont les coordonnées sont solutions de l'inéquation. Reste une partie du graphique qui n'est pas hachurée : elle représente la solution du système d'inéquations proposé.

$$\begin{cases} y > 3x + 4 \\ y > -\frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

