Systèmes du 1[er] degré à 2 inconnues

Un boulanger vend pour 522 € de baguettes de pain dans une journée. La baguette ordinaire est vendue 0,80 € et la baguette tradition 1,00 €. Sachant qu'il a vendu au total 590 baguettes, quel est le nombre de baguette ordinaire et de baguette tradition vendues dans la journée ? Soit *x* le nombre de baguette ordinaire et *y* le nombre de baguette tradition.

Un **système** d'équations du 1[er] degré à 2 inconnues est de la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c & ① \\ a'x + b'y = c' & ② \end{cases}$$

On écrit les deux équations l'une sous l'autre en les associant à l'aide d'une accolade.

Exemple : $\begin{cases} 3x - 2y = 5 & ① \\ x + 3y = 9 & ② \end{cases}$

Résoudre le système, c'est déterminer l'ensemble des couples *(x ; y)* vérifiant à la fois les équations (1) et (2).
Le principe de résolution consiste à éliminer une inconnue pour se « ramener » à la résolution d'une équation du premier degré à une inconnue que l'on sait résoudre.

a) Résolution algébrique

♦ Méthode par substitution

On exprime une inconnue en fonction de l'autre dans une équation.

De ②, on tire : x = ...

On reporte l'expression obtenue dans l'autre équation (①): 3 × .... – $2y = 5 \Rightarrow$

On résout l'équation du premier degré à une inconnue : ....

....

On en déduit la valeur de l'autre inconnue : x = ...

La solution du système est le couple : ....

♦ Méthode par addition ou combinaison linéaire

On multiplie les deux membres d'une équation (ou des deux) par un coefficient convenable de façon à faire disparaître une inconnue par addition :

Ici on multiplie l'équation ② par ...., de façon à éliminer *x*.

$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$ ① ② ×....... soit $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ \end{cases}$

.... = ... $\Rightarrow y$ = ...

Pour éliminer *y*, on multiplie l'équation ① par ...... et l'équation ② par ......

$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$ ① × ..... ② × ..... soit $\begin{cases} \text{............................} \\ \text{............................} \end{cases}$

.... = ... $\Rightarrow x$ = ...

La solution du système est le couple ....

b) Résolution graphique

On transforme chacune des deux équations de façon à obtenir l'équation d'une droite.

L'équation d'une droite est de la forme y = ax + b ("a" est le coefficient directeur de la droite et "b" l'ordonnée à l'origine).

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 & ① \\ x + 3y = 9 & ② \end{cases}$$

De l'équation ① : ....

.... (Equation de la droite D_1)

De l'équation ② : ....

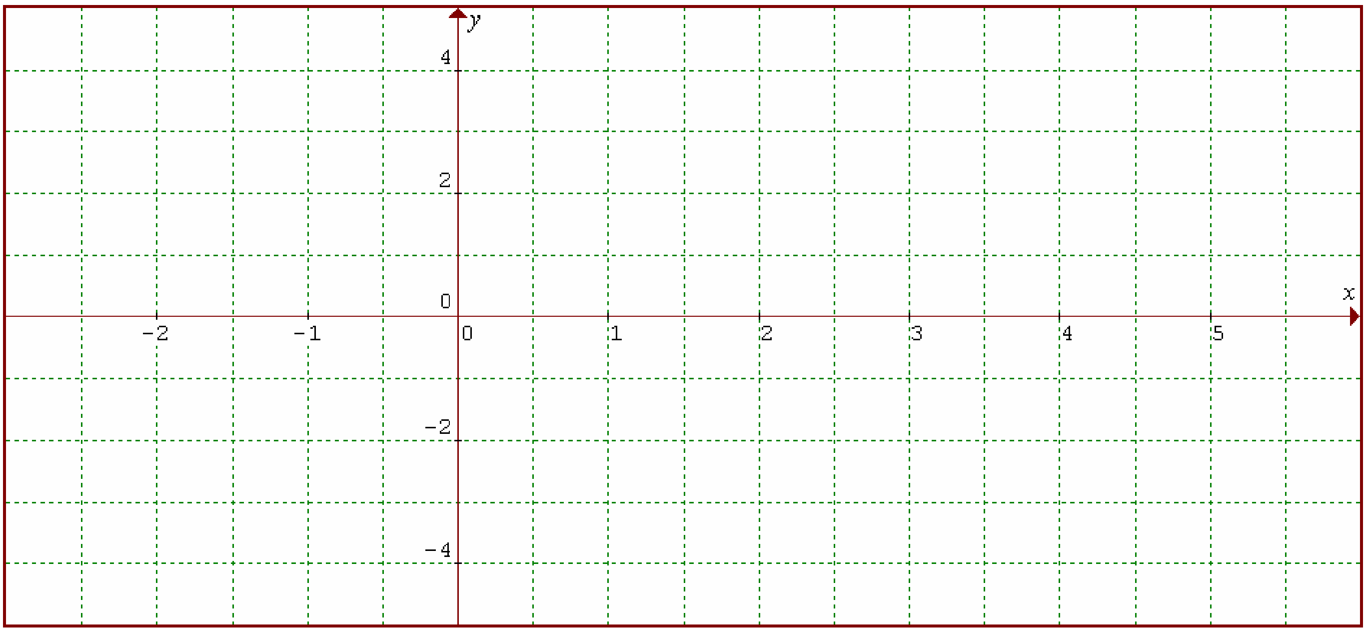
.... (Equation de la droite D_2)

On trace les 2 droites dans un repère.

2 points suffisent pour tracer une droite :

D_1	x	0	4
	y = ...	......	......

D_2	x	0	6
	y = ...	......	......



Le point d'intersection des droites (I) a pour coordonnées (..... ; ......) :

La solution du système est le couple (..... ; ......)

Mettons en équation le problème proposé en début de cours :

$$\begin{cases} x + y = 590 \\ x \times 0{,}8 + y \times 1 = 522 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x + y = 590 & ① \\ 0{,}8x + y = 522 & ② \end{cases}$$

Par substitution:

De ①, on peut déduire y = ...

Dans ②, on remplace y par son expression en fonction de x : ....

....

D'où y = ...

Le boulanger a vendu **............. baguettes ordinaires et .... baguettes "tradition"**.

Par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} x + y = 590 & ① \\ 0{,}8x + y = 522 & ② \end{cases}$$

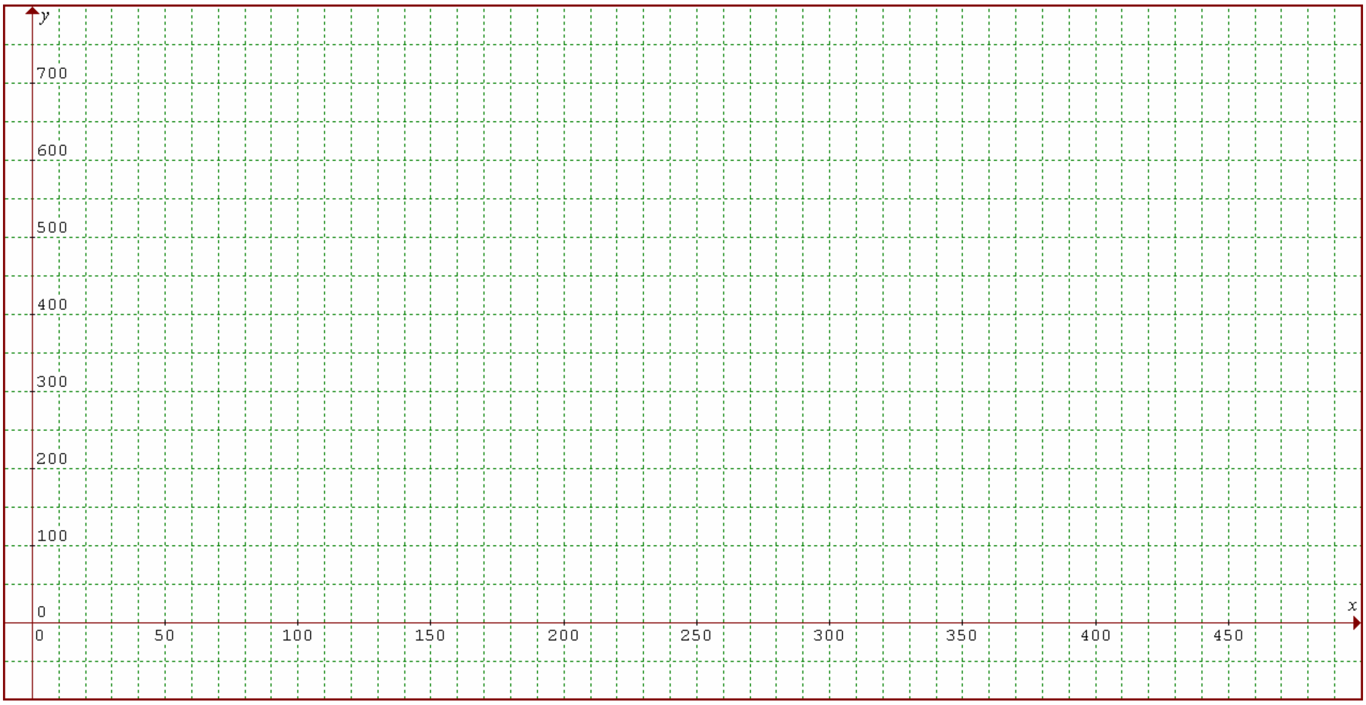
① – ② : ....

Dans ① : ....

Graphiquement :

De ①, on déduit : y = ... (Droite D_1)

De ②, on déduit : y = ... (Droite D_2)



Le point d'intersection (I) des 2 droites a pour coordonnées : (............. ; ....) :

La solution du système est le couple (............. ; ....)