Mécanique des fluides

C'est la branche de la mécanique qui étudie le comportement des fluides au repos (hydrostatique) ou en mouvement (hydrodynamique).

Le transport et la circulation des fluides sont à l'origine de nombreux processus.

On distingue deux familles de fluides :

- *les liquides → incompressibles*
- *les gaz → compressibles*

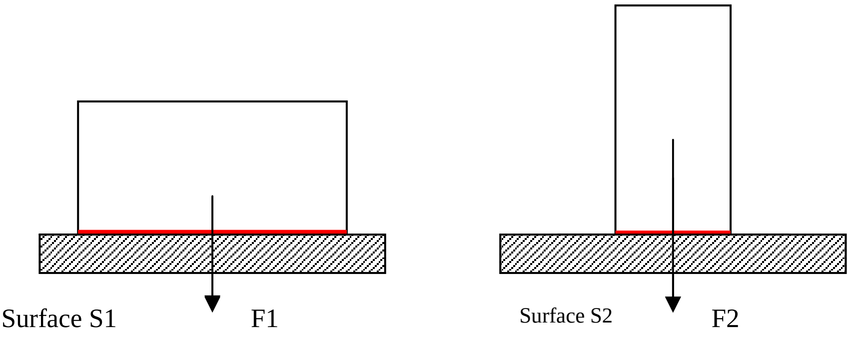
Objectifs :

- Etre capable de :
  - Déterminer une pression, une force pressante ;
  - utiliser le théorème de Pascal ;
  - utiliser le théorème d'Archimède ;
  - calculer un débit ;
  - appliquer la relation de Bernoulli
  - expliquer les phénomènes concernant les écoulements des fluides.

Hydrostatique (fluide au repos)

1) Force pressante

a) Observation



Une force pressante est une force répartie sur une surface

Un fluide exerce des forces pressantes sur toute surface en contact avec lui (appelée **surface pressée.)**

La droite d'action d'une force pressante est perpendiculaire à la surface pressée.

b) Calcul de la pression

L'effet d'une force pressante est :
- **proportionnel à l'intensité de la force ;**
- **inversement proportionnel à l'aire de la surface pressée.**

La pression est égale au quotient de l'intensité F de la force pressante par l'aire S de la surface pressée.

L'unité de pression est le **PASCAL (Pa)**

$$\boxed{p = \frac{F}{S}}$$

P : en Pascals
F : en Newtons
S : en mètres carrés

1 pascal correspond à une force de 1 newton exercée sur une surface de 1 mètre carré

Dans la pratique, l'unité de pression couramment utilisée est le **BAR (bar)**

Le bar correspond à une force de 1 daN (10 N) répartie sur 1 cm^2

$$\boxed{\mathbf{1\ bar = 10^5\ \ pascals}}$$

Exemple : Un doigt exerce sur une punaise une force de 15 N. L'aire de la tête de la punaise est 80 mm^2, celle de la pointe 0,5 mm^2 .
Calculer :
La pression exercée par le doigt sur la tête de la punaise :
....
- la pression exercée par la pointe de la punaise sur le mur :
....

2) Pression exercée par les liquides

a) Pression en un point d'un fluide

La pression est la même en tout point d'un plan horizontal (plan isobare).

La pression en un point d'un liquide dépend :
- **de la profondeur de ce point ;**
- **de la masse volumique du liquide.**

b) Calcul de la pression en un point d'un fluide : principe fondamental de l'hydrostatique

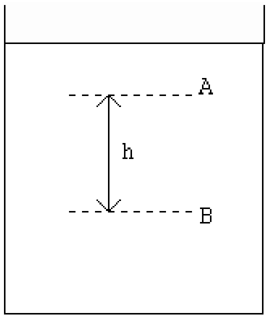
ρ est la masse volumique du liquide exprimée en **kilogrammes par mètre cube ($kg.m^{-3}$)**

g est l'**intensité de la pesanteur** (à Paris : g = 9,81 $N.kg^{-1}$)

h est la **différence de niveau** entre les deux points exprimée en **mètres (m)**

p_A et p_B sont les **pressions exprimées en pascals (Pa)**

La différence de pression entre A et B deux points d'un fluide est égale à :



$$p_A - p_B = \rho\, g\, h$$

Exemple : Deux points situés dans l'eau sont à 10 m l'un au dessus de l'autre. La masse volumique de l'eau étant ρ = 1000 $kg.m^{-3}$, la différence de pression entre ces deux points est égale à :

....

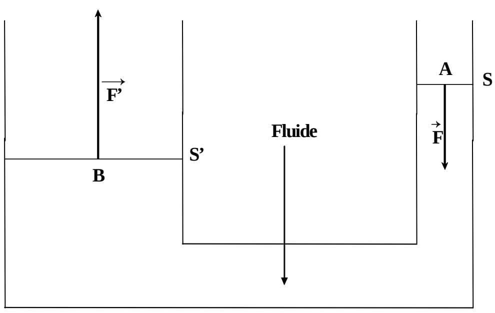
3) Transmission de pression par les liquides

a) Théorème de pascal

Un liquide étant considéré comme incompressible, toute variation de pression en un point du liquide se transmet intégralement à tous les points.

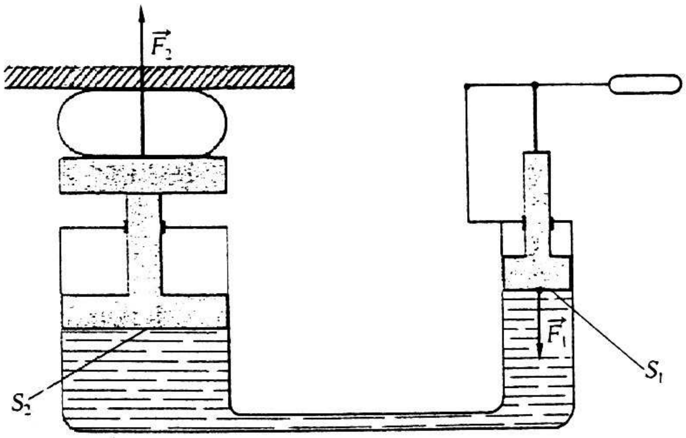
Les points **A** et **B** sont tous les deux à la **même pression.**

Une **augmentation de la pression en A** provoque la **même augmentation en B** ainsi qu'en tous les points du liquide.



b) Principe d'une transmission hydraulique

Soit le système ci-contre, qui permet de multiplier l'intensité d'une force :



Une force $\vec{F}_1$ exercée sur le petit piston de section S_1 produit une augmentation de la pression au point M égale à :

$$p = \frac{F_1}{S_1}$$

Cette augmentation de pression est intégralement transmise à tous les points du liquide et en particulier au point N.

L'augmentation de pression au point N produit sur le grand piston S_2 une force $\vec{F}_2$ telle que :

$$F_2 = p.S_2 \qquad \text{soit} \qquad p = \frac{F_2}{S_2}$$

Dans une transmission hydraulique, la force disponible sur le piston de travail est égale au produit de la force exercée sur le piston de mise en pression par le rapport des sections des deux pistons.

$$\boxed{\boldsymbol{F_2 = F_1.\frac{S_2}{S_1}}}$$

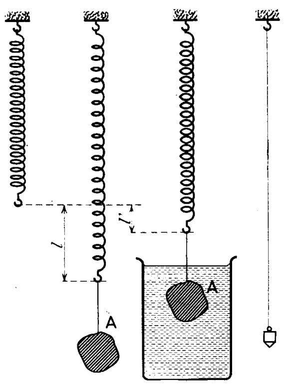
Le choix de $S_2 > S_1$ permet d'obtenir $F_2 > F_1$

Les pistons ayant des sections circulaires de diamètres respectifs D_1 et D_2 , le rapport des sections est aussi égal au rapport des carrés des diamètres, soit :

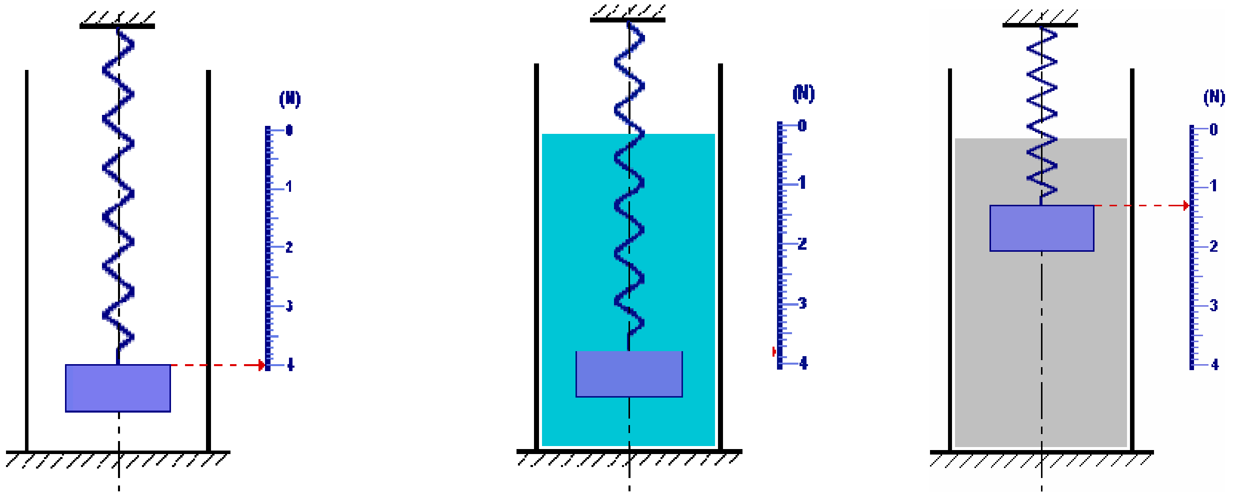
$$\boxed{\boldsymbol{F_2 = F_1.\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2}}$$

4) Poussée d'Archimède

a) Principe



Tout corps plongé dans un fluide subit une poussée verticale de bas en haut égale au poids du fluide qu'il déplace et appliquée au centre de gravité du fluide déplacé, ou centre de poussée.



$$\boxed{F = \rho V g}$$

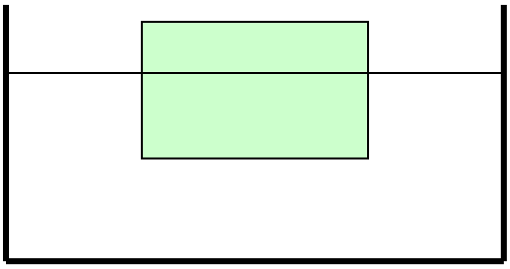
ρ : masse volumique du liquide en kg.m^{-3}

V : Volume du liquide déplacé

g : intensité de la pesanteur en N.kg^{-1}

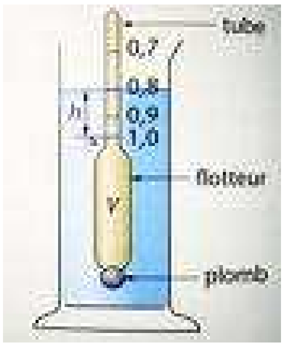
b) Corps flottants

Un corps est flottant lorsque son poids est égal à celui du liquide que déplace sa partie immergée.



c) Densimètre

pèse acide



densimètre

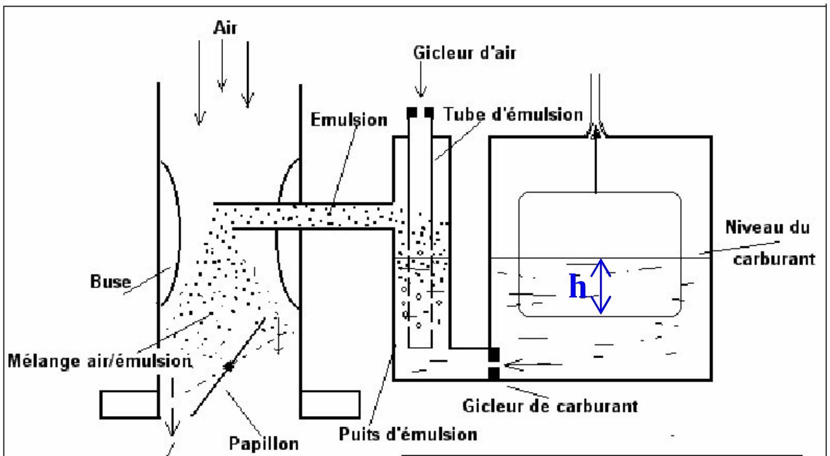
Un densimètre utilise le fait que le niveau de flottaison d'un corps flottant est fonction de la masse volumique du liquide dans lequel il est plongé. La graduation émergente indique la densité du liquide.

Le pèse acide des batteries est un densimètre. Lorsque la batterie est chargée, la masse volumique de l'acide est élevée et le densimètre s'enfonce peu. Dans le cas contraire, il s'enfonce plus.

d) Maintien d'un niveau constant

Dans la cuve d'un carburateur, le niveau de carburant est maintenu constant grâce à l'action d'un pointeau solidaire d'un flotteur.

Le pointeau obture le conduit d'arrivée du carburant quand celui-ci atteint un certain niveau



DETAIL DU CIRCUIT PRINCIPAL D'UN CARBURATEUR CLASSIQUE D'AUTOMOBILE

Calculer la hauteur de la partie immergée du flotteur, sachant que :

- la masse du flotteur est 15 g ;
- le diamètre de base du flotteur de forme cylindrique est 5 cm ;
- la masse volumique de l'essence est 710 $kg.m^{-3}$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Les pressions : exercices

1) En 1962, le bathyscaphe atteignit une profondeur de 9592 m dans la fosse des Kouriles. Calculer :

a) la pression de l'eau à cette profondeur ;

....

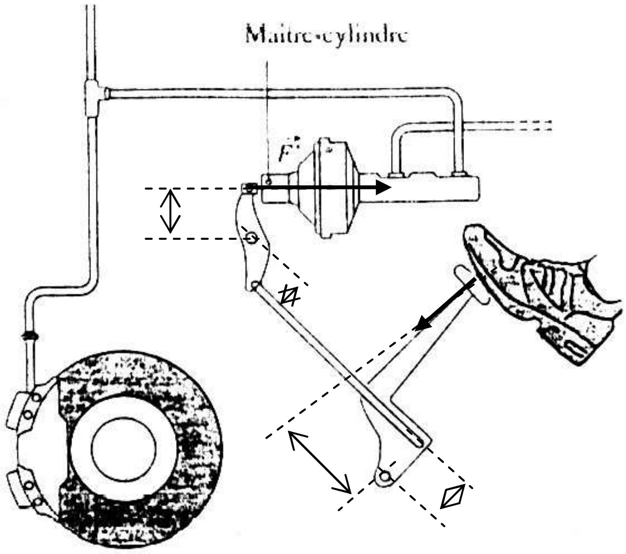
b) la force exercée par l'eau sur le panneau du sas arrière, celui-ci étant assimilé à un carré de 60 cm de côté. (densité de l'eau de mer 1,025 ; g = 9,8 N/kg)

....

2) Sur le schéma ci-contre :

d_1 = 30 mm ; d_2 = 80 mm
d_3 = 25 mm ; d_4 = 30 mm

Les freins à disques d'une automobile comportent chacun un cylindre et un piston de diamètre 48 mm, tous deux mobiles transversalement pour presser un disque solidaire de la roue.
Le piston du maître-cylindre actionné par la pédale de frein a un diamètre de 18 mm.
L'effort exercé par le pied sur la pédale de frein est de 24 N.
Calculer l'effort de freinage exercé par les plaquettes sur le disque.



....

....

....

....

3) Le petit piston d'une presse hydraulique a un diamètre de 1,5 cm et est soumis a une force de 10 N. Quel doit être le diamètre du grand piston pour que la force qu'il exerce soit de 900 daN ?

....

....

....

4) Un paquebot a une masse de 60 000 tonnes. Quel est le volume de la partie immergée ? (masse volumique de l'eau de mer : 1025 kg/m^3)

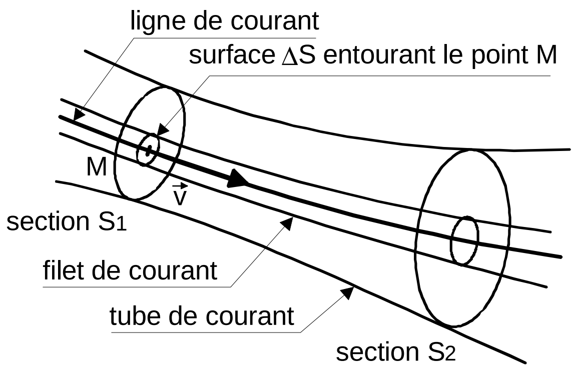
....

....

5) Le record du monde de plongée en apnée est de 112 m. Calculer la pression de l'eau de mer à cette profondeur ? (ρ= 1025 kg/m-^{3}

....

Hydrodynamique
(écoulement permanent d'un fluide parfait)



1) Écoulement des fluides

a) Ligne de courant

Les lignes de courant sont les trajectoires suivies par les molécules d'un fluide en mouvement (elles sont purement imaginaires).

b) Écoulement permanent

Un écoulement est dit permanent lorsque les lignes de courant ne varient pas au cours du temps.(En un point du fluide, toutes les molécules passent avec la même vitesse, celle ci est indépendante du temps)

Dans un écoulement parfait, on considère que toutes les molécules qui traversent une même section ont la même vitesse : l'écoulement est dit uniforme.

2) Débit d'écoulement d'un fluide incompressible

a) Débit massique

Le débit massique Qm (ou Dm) est la masse de fluide, par unité de temps, qui traverse une section droite.

$$\boxed{Qm = \rho\, S\, v}$$

ρ : masse volumique du fluide en kg/m³

S : section de la conduite en m²

v ou **C** : vitesse moyenne (ou célérité) du fluide dans la section en m/s

b) Débit volumique

Le débit volumique Qv (ou Dv) est le volume de fluide, par unité de temps, qui traverse une section droite.

$$\boxed{Qv = S\, v}$$

S : section de la conduite en m²

v ou **C** : vitesse moyenne (ou célérité) du fluide dans la section en m/s

Exemple :

Dans un tube de diamètre intérieur d = 12,7 mm s'écoule, à la vitesse moyenne de 1,2 m/s, de l'huile de masse volumique 820 kg/m^3. Calculer le débit volumique Qv et le débit massique Qm

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

3) Équation de continuité

Le débit est le même dans toutes les portions d'un circuit :

$$\mathbf{Qv_1 = Qv_2 \Rightarrow \mathit{v}_1\, S_1 = \mathit{v}_2\, S_2}$$

$$\mathbf{Qm_1 = Qm_2 \Rightarrow \rho\, \mathit{v}_1\, S_1 = \rho\, \mathit{v}_2\, S_2}$$

Remarque : dans un écoulement, vitesse et section sont des grandeurs inversement proportionnelles.

Exemple :

Sur un nettoyeur haute pression, quelle doit être la section en sortie pour que la vitesse de l'eau soit de 140 m/s ?

Quelle est la vitesse de l'eau dans le tuyau d'alimentation sachant que sa section a un diamètre de 1,2 cm ?

…………………………………………………………………………………………………...

…………………………………………………………………………………………………...

…………………………………………………………………………………………………...

…………………………………………………………………………………………………...

…………………………………………………………………………………………………...

…………………………………………………………………………………………………...

4) Puissance hydraulique

La puissance transmise par un fluide hydraulique est appelée "puissance hydraulique".

a) Cas d'un vérin

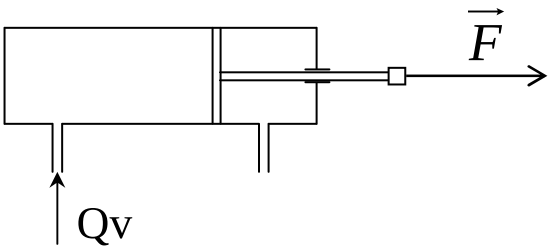
$\vec{F}$: force exercée par la tige du vérin

v : vitesse en sortie de tige

S : section du piston

Qv : débit reçu

p : pression dans la chambre du vérin.



La puissance utile d'un vérin est donnée par la relation : $Pu = F \times v$

Si on considère les pertes négligeables : Pu = Pa

Or F = p S

$$v = \frac{Qv}{S}$$

Donc $Pa = Fv = p \,.\, S \,.\, \frac{Qv}{S} = p \times Qv$

p en pascal (1 Pa = 1 N/m²)

Qv en m³/s

Pa en watt

b) Cas général

Un fluide hydraulique de débit Qv et de pression p transporte une puissance hydraulique P, telle que :

$$P = p \times Qv$$ p en Pa - Qv en m³/s - P en W

qui peut aussi s'écrire :

$$P = \frac{p \times Qv}{600}$$ p en bar - Qv en L/min - P en kW

Exemple :

Un vérin de rendement 80 % reçoit un débit de 36 L/min sous une pression de 80 bars. Calculer la puissance utile du vérin.

…………………………………………………………………………………………………...

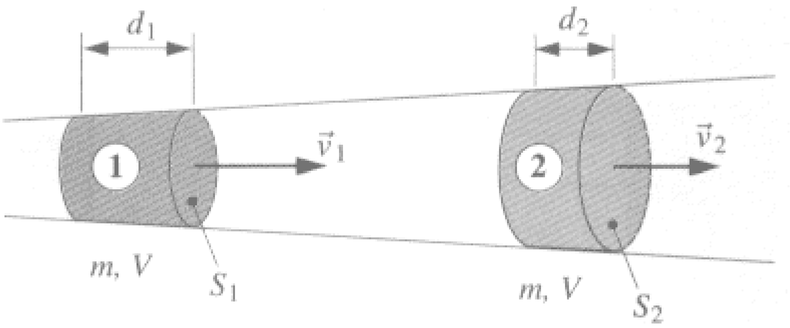
…………………………………………………………………………………………………...

…………………………………………………………………………………………………...

5) Équation de Bernoulli

a) Cas d'un écoulement horizontal

Soit un fluide parfait, incompressible, s'écoulant dans une conduite non constante ($S_1 < S_2$). Considérons une portion de ce fluide de masse m et de volume V.



Etat énergétique du fluide :

En ① : $W_{C1} + W_{P1} = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1$

En ② : $W_{C2} + W_{P2} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2$

W_{C1} et W_{C2} : énergie cinétique

W_{P1} et W_{P2} : énergie potentielle

D'après le principe de conservation de l'énergie :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2$$

l'écoulement étant horizontal : $z_1 = z_2$; donc $\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$ (1)

D'après l'équation de continuité : $S_1v_1 = S_2v_2$;

or : $S_1 < S_2$ donc $v_1 > v_2$, ce qui contredit l'équation (1)

Il existe donc une autre forme d'énergie : l'énergie potentielle de pression due au travail des forces pressantes.

En ① : $W_{pp1} = F_1 d_1 = p_1 S_1 d_1 = p_1 V$

En ② : $W_{pp2} = F_2 d_2 = p_2 S_2 d_2 = p_2 V$

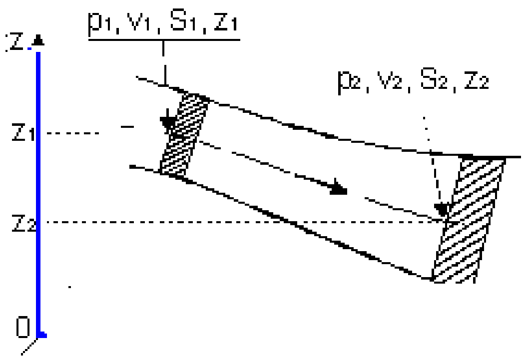
Le volume V est le même dans les deux cas.

Ecrivons le principe de conservation de l'énergie dans les états ① et ② :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + p_1 V = \frac{1}{2}mv_2^2 + p_2 V$$

b) Cas général

D'après le principe de conservation de l'énergie, nous pouvons écrire :



$W_{c1} + W_{p1} + W_{pp1} = W_{c2} + W_{p2} + W_{pp2}$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 + p_1 V = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2 +$$

Si on divise les membres de l'équation par V, on obtient l'équation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2}\frac{mv_1^2}{V} + \frac{mgz_1}{V} + \frac{p_1 V}{V} = \frac{1}{2}\frac{mv_2^2}{V} + \frac{mgz_2}{V} + \frac{p_2 V}{V}$$

Equation de Bernoulli :

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + p_2}$$

ou

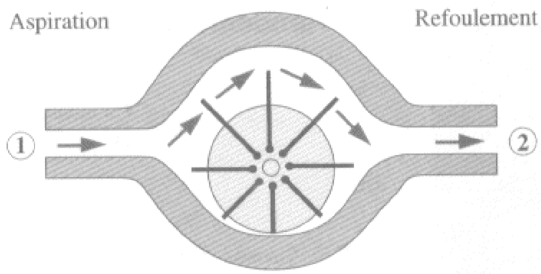
$$\boxed{\frac{1}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) + g\left(z_2 - z_1\right) + \frac{1}{\rho}\left(p_2 - p_1\right) = 0}$$

v_1, v_2 en m/s
p_1, p_2 en Pa
z_1, z_2 en m
ρ en kg/m^3
g en m/s²

6) Les pompes

a) Cylindrée

$$\boxed{Cylindrée = \frac{\text{Débit}}{\text{Fréquence de rotation}} = \frac{Q}{n} \quad \begin{cases} Cyl \text{ en m}^3\text{/tr} \\ Q \text{ en m}^3\text{/s} \\ n \text{ en tr/s} \end{cases}}$$



b) Application de la relation de Bernoulli

Une pompe aspire l'eau d'une rivière située à 8 m en contre bas et la refoule dans une réservoir situé 10 m au dessus.

Débit de la pompe : 36 m^3/h

Vitesse de rotation de la pompe : 500 tr/min
Tuyaux utilisés : ∅ 8 cm
Le liquide est considéré comme parfait.
$\rho_{eau} = 1000$ kg/m^3
Pression atmosphérique :$p_a = 1$ bar
Calculer :

La cylindrée de la pompe ;

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

La pression p_2 permettant l'aspiration (on admet $v_1 = 0$; $p_1 = p_a$)

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

La pression en 🕐 assurant le refoulement de l'eau dans le réservoir situé 10 m au dessus de la pompe (on admet $p_4 = p_a$)

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...

……………………………………………………………………………………………………...