Etudes des Fonctions

1) ***Repères - Coordonnées d'un point***

Les repères :

L'axe horizontal s'appelle l'**axe des** ....
L'axe vertical s'appelle l'**axe des** ....

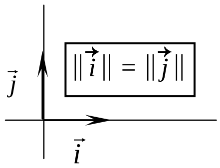
On pose $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$

(O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) est un repère du plan, O est appelé .... du repère,

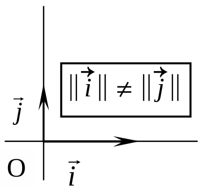
$\vec{i}$ ***est le vecteur unitaire*** de l'axe des .... ;

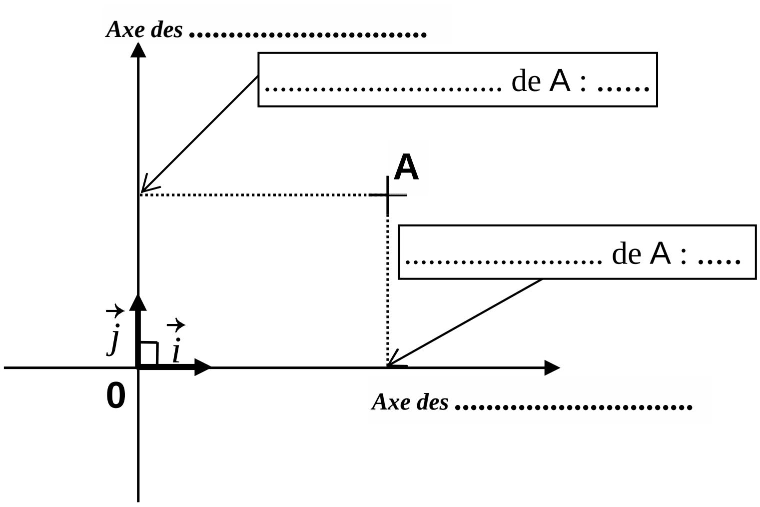
$\vec{j}$ ***est le vecteur unitaire*** de l'axe des ....

- orthonormé ou orthonormal



- orthogonal





Coordonnées d'un point :

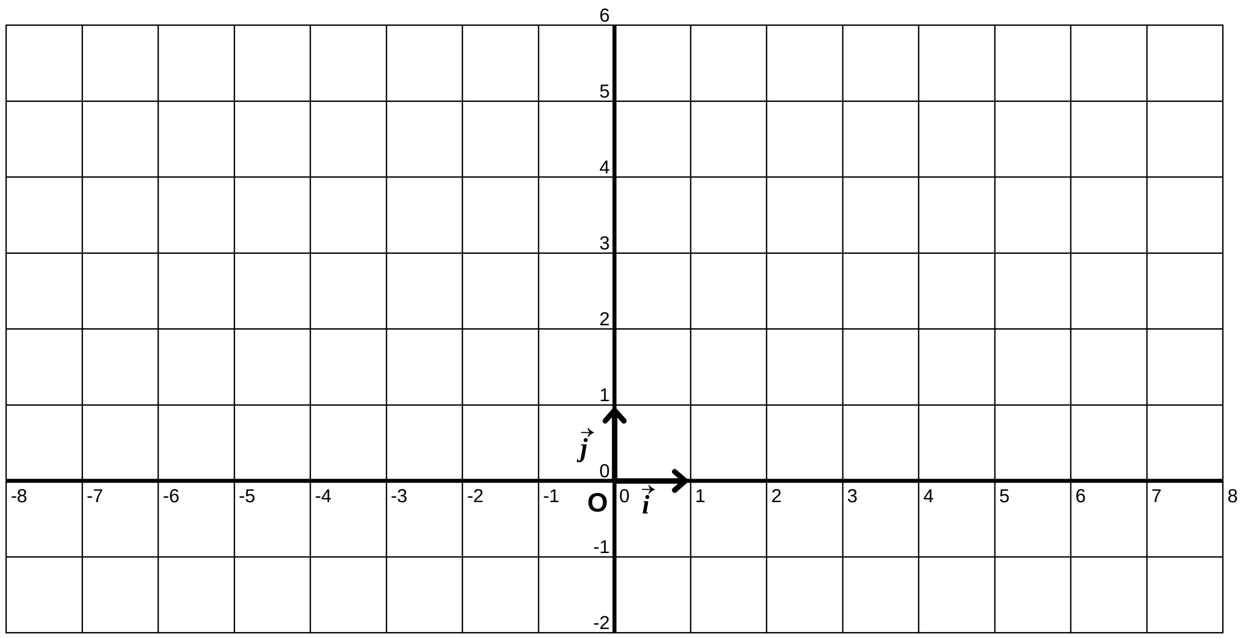
Un point A est repéré par ses coordonnées :

- ***son ....:***
- ***son .... :***

On écrit : A (....... ; ....) ou A $\begin{pmatrix} .... \\ .... \end{pmatrix}$

Placer les points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J ; dont on donne les coordonnées :

A (–1 ; 5,5) B (4,5 ; –1) C (3,5 ; 5) D (7 ; 4) E (–7 ; –1)
F (–3 ; 1) G (–3 ; 6) H (–2 ; –2) I (–6 ; 3) J (–5 ; –2)



2) ***Définition d'une fonction***

Une fonction *f* est définie sur un intervalle I.
Elle associe à chaque nombre *x* de I, un nombre réel .... appelé ....
..

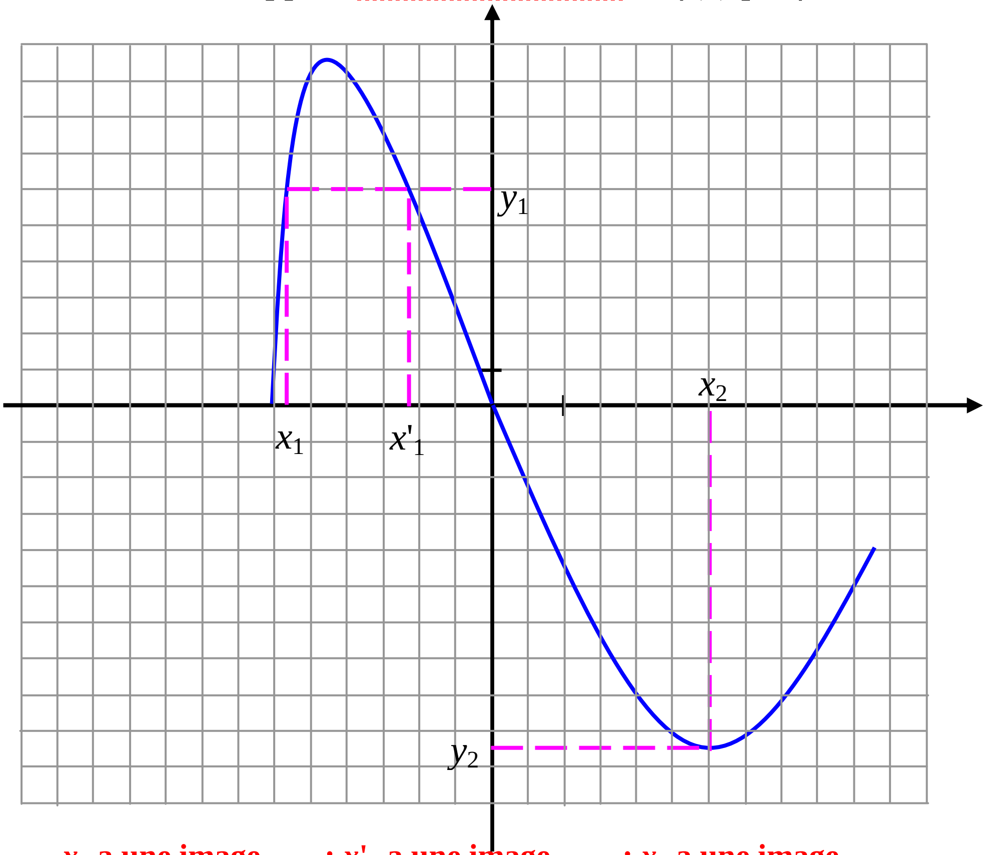
Images - Antécédents :

Un réel x n'admet qu'une image et une seule, ou n'en a pas.

Dans l'autre sens, ***x est appelé antécédent de y***. Un réel *y* peut n'avoir aucun antécédent, un ou plusieurs.

Le graphique d'une fonction se caractérise donc par le fait qu'à une abscisse (*x*), ne peut correspondre au plus qu'une seule ordonnée (*y*).

$f(x)$ est appelé .... par *f*.
x est appelé .... de $f(x)$ par *f*.



x_1 a une image ...... ; x'_1 a une image .... ; x_2 a une image ....

y_1 a .... antécédents ....

y_2 a .... antécédent ....

Ensemble de définition :

L'ensemble de définition d'une fonction, noté $\mathcal{D}_f$, est constitué de tous les nombres réels qui admettent une image par la fonction ; c'est à dire de ***tous les nombres pour lesquels il est possible d'effectuer les opérations décrites dans cette fonction***. Si pour certaines valeurs de la variable *x*, il y a des impossibilités d'opérations (dénominateur nul, racine carrée de nombres négatifs,...) alors toutes ces valeurs doivent être éliminées dans l'étude de la fonction.

Trouvez le domaine de définition des fonctions suivantes :

Expression algébrique	Valeurs de la variable x n'ayant pas d'image	Ensemble de définition $\mathcal{D}_f$
$f(x) = -x + 5$		$\mathcal{D}_f =$
$f(x) = \frac{3}{x}$		$\mathcal{D}_f =$
$f(x) = \sqrt{x-2}$		$\mathcal{D}_f =$
$f(x) = x^2 - 6$		$\mathcal{D}_f =$
$f(x) = \frac{x-5}{2x+4}$		$\mathcal{D}_f =$

Représentation graphique :

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction f est l'ensemble des points M de coordonnées (........ ; ....).

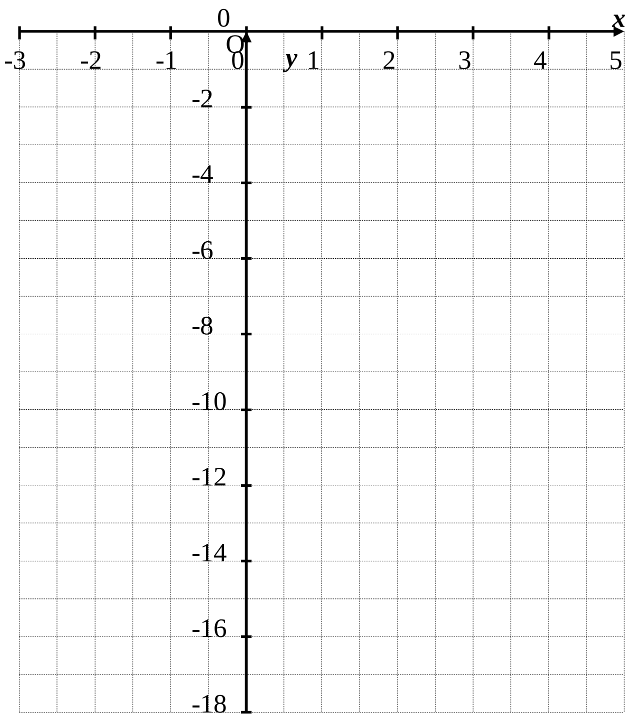
Pour construire la représentation graphique d'une fonction :

on recherche des couples de valeurs M (x ; $f(x)$), en calculant la valeur de f pour une valeur de x fixée dans le domaine de définition de f ; on peut alors présenter les résultats dans un tableau de valeurs.

on place les points de coordonnées M (x ; $f(x)$) dans un repère (x sur l'axe des abscisses et $f(x)$ porté sur l'axe des ordonnées).

Ex : Compléter le tableau pour la fonction définie par $f(x) = -x^2 + 2x - 4$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$									



Pour savoir si un point A (x_A ; y_A) est sur la courbe $\mathcal{C}_f$, on vérifie que :

$x_A \in$ .... et $f(x_A) =$ ....

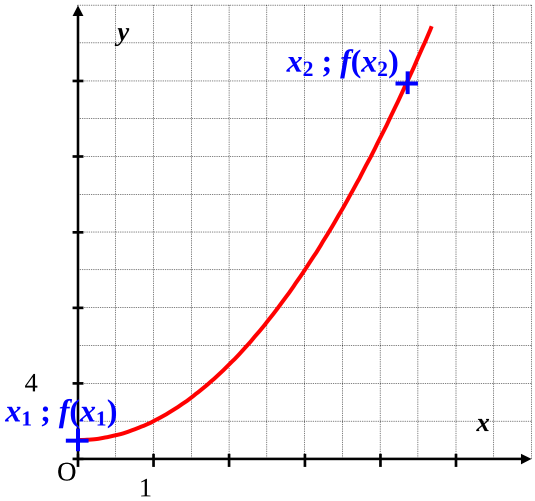
les coordonnées du point A doivent vérifier

...

3) ***Sens de variations d'une fonction***

Fonction croissante.

On dit qu'une fonction f est croissante sur [a ; b] si, quels que soient les nombres x_1 et x_2 de l'intervalle [a ; b] tels que **$x_1 < x_2$, alors $f(x_1)$ …….. $f(x_2)$**. (En d'autres termes, on constate que la courbe ………………….. quand x augmente, c'est-à-dire lorsqu'on se déplace de gauche à droite.)



$x_1 < x_2$

$f(x_1)$ …….. $f(x_2)$

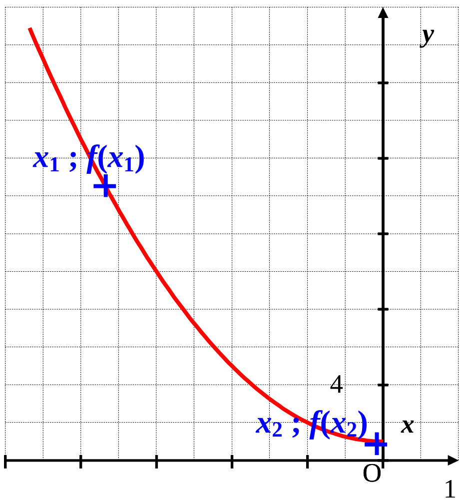
Sur l'intervalle $[x_1 ; x_2]$

la fonction f est

……………………

Fonction décroissante.

On dit qu'une fonction f est décroissante sur [a ; b] si, quels que soient les nombres x et y de l'intervalle [a ; b] tels que **$x_1 < x_2$, alors $f(x_1)$ ……. $f(x_2)$**. (En d'autres termes, on constate que la courbe ……………………… quand x augmente, c'est-à-dire lorsqu'on se déplace de gauche à droite.)



$x_1 < x_2$

$f(x_1)$ ………. $f(x_2)$

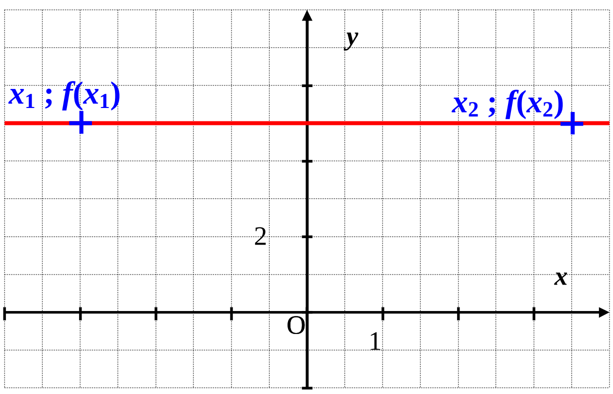
Sur l'intervalle $[x_1 ; x_2]$

la fonction f est

……………………………

Fonction constante.

On dit qu'une fonction f est constante sur [a ; b] si, quels que soient les nombres x et y de l'intervalle [a ; b] tels que **$x_1 < x_2$, alors $f(x_1)$ …… $f(x_2)$**. (En d'autres termes, on constate que la courbe est ……………….. quand x augmente, c'est-à-dire lorsqu'on se déplace de gauche à droite.)



$x_1 < x_2$

$f(x_1)$ …… $f(x_2)$

Sur l'intervalle $[x_1 ; x_2]$

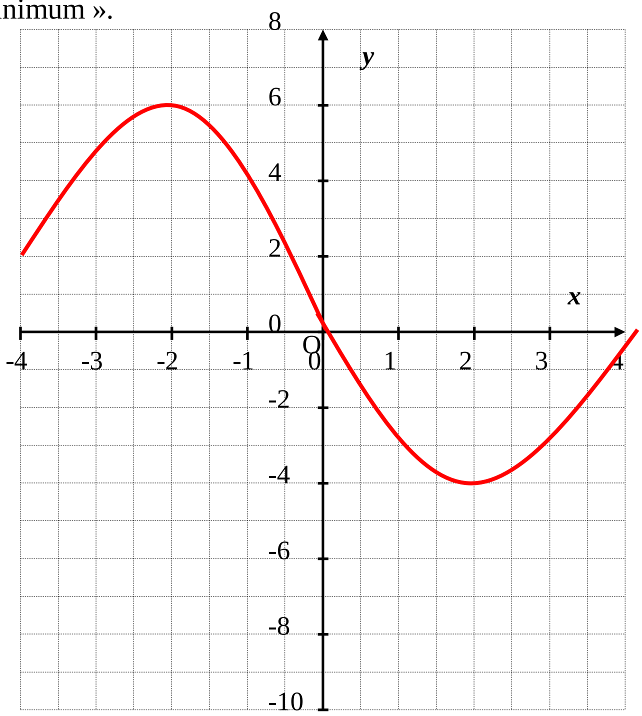
la fonction f est

……………………………

4) ***Extremums d'une fonction***

Maximum : L'ordonnée, du point le .... de la représentation graphique de la fonction *f* sur l'intervalle I, est appelée « maximum ».

Minimum : L'ordonnée, du point le .... de la représentation graphique de la fonction *f* sur l'intervalle I, est appelée « minimum ».



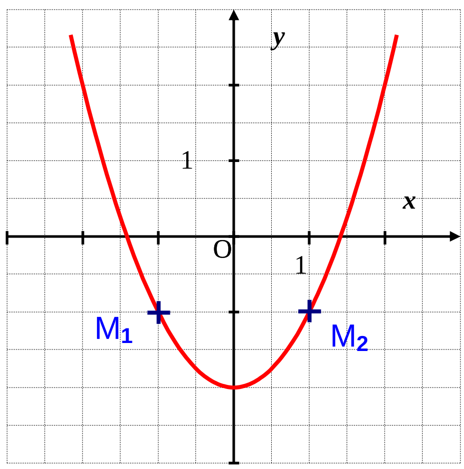
Sur la représentation ci-dessus, la fonction admet, sur l'intervalle [-4 ; 4] :

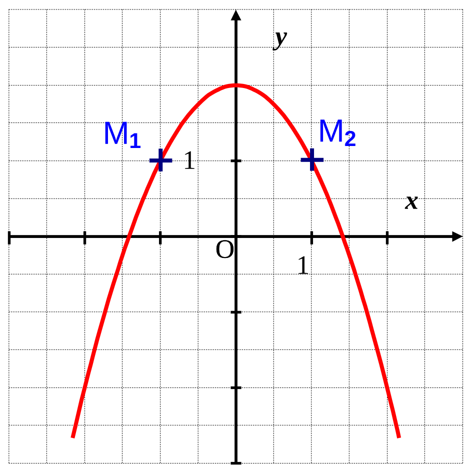
- Un maximum, ..., atteint pour x = ... ;
- Un minimum, ..., atteint pour x = ...

5) ***Parité d'une fonction***

Fonctions paires

Une fonction est paire si : Si ....
....





M$_1$ (..... ; .....) **M**$_2$ (..... ; .....) **M**$_1$ (..... ; .....) **M**$_2$ (..... ; .....)

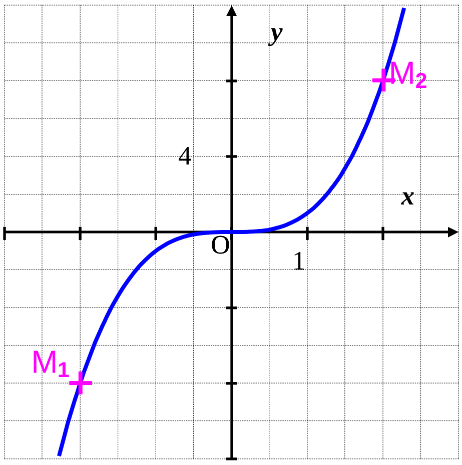
Comparer x_1 et x_2 : x_1 ....

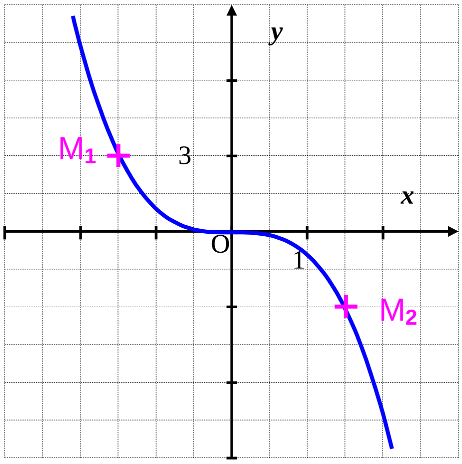
Comparer $f(x_1)$ et $f(x_2)$: $f(x_1)$ ....

Fonctions impaires

Une fonction est impaire si : Si ....

....





M₁ (..... ; .....) **M₂** (..... ; .....) **M₁** (..... ; .....) **M₂** (..... ; .....)

Comparer x_1 et x_2 : x_1 ....

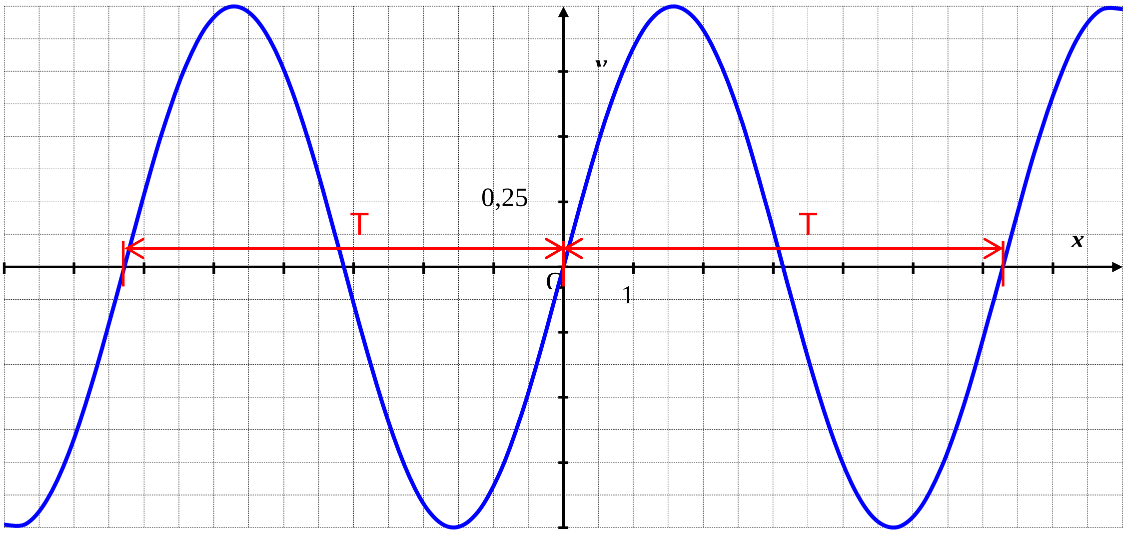
Comparer $f(x_1)$ et $f(x_2)$: $f(x_1)$ ....

6) ***Périodicité d'une fonction***

Un phénomène est périodique s'il ....

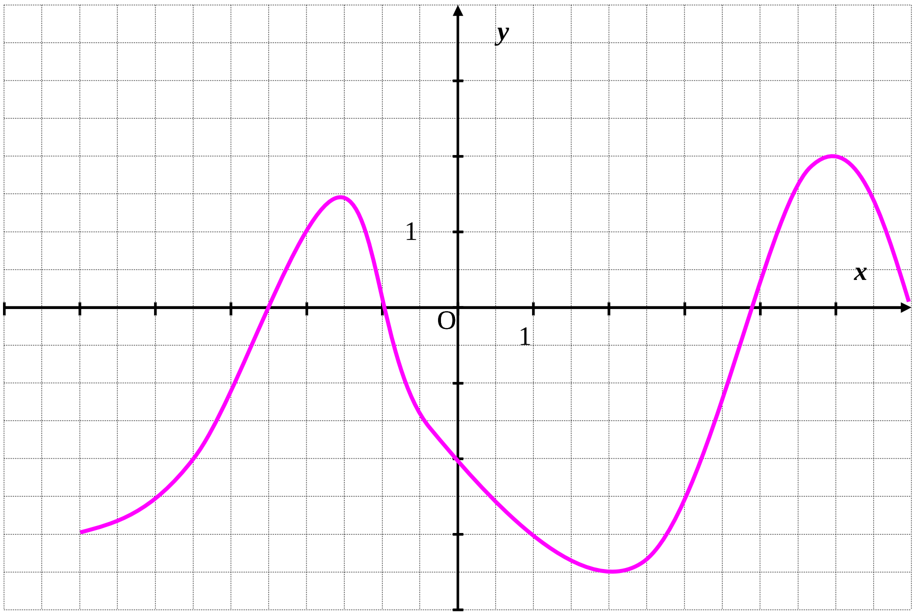
....

Soit une fonction f définie sur $\mathbf{D_f}$. f est périodique de période T si, pour tout x de $\mathbf{D_f}$:
f (.........) = f (.........)



7) ***Tableau de variations***

Le tableau de variations permet de mettre en évidence les variations de la courbe représentative de la fonction à l'aide de flèches ↗ ; ↘ ; → . Ce type de tableau possède 2 lignes : sur la première, on fait figurer les valeurs de x pour lesquelles la courbe subit un changement de comportement (ou de direction) et sur la seconde, on fait figurer les variations de la fonction, par des flèches, ***en précisant à chaque changement de comportement, la valeur de la fonction***.



x	
$f(x)$	

Déterminer la valeur de x pour laquelle f admet un maximum : x = ...

Déterminer le minimum de cette fonction : $f(x)$ = ... pour x = ...