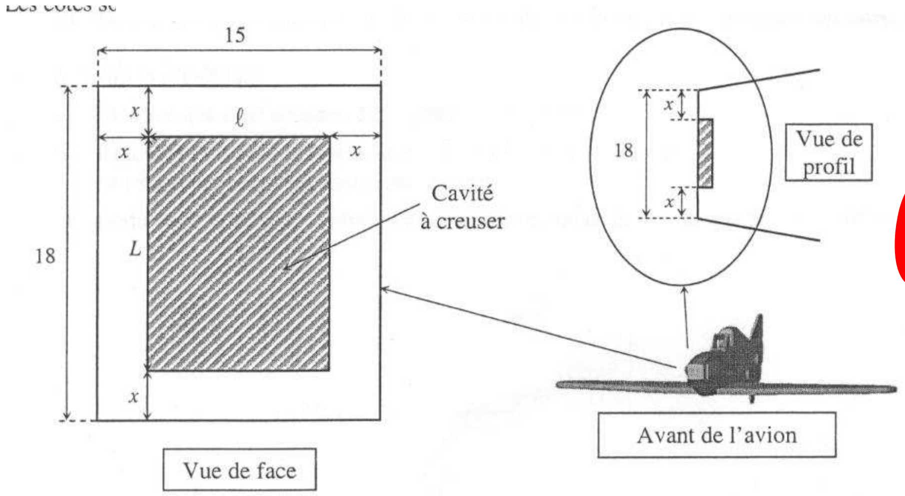
Exercices Suites extraits sujets de bac pro 2008

1) Pour fixer l'hélice, on doit creuser une cavité rectangulaire à l'avant de l'avion. Cette cavité doit être centrée à une distance x du bord, comme le montre le schéma ci-dessous. Les côtes sont en cm.



Corrigé

1. Dans cette question, on prend x = 2cm. Calculer l'aire, en cm^2, de la cavité.

Aire de la cavité : $(18 - 4) \times (15 - 4) = 14 \times 11 =$ **154 cm²**

2. **a)** Exprimer la longueur L de la cavité en fonction de x.

$L = 18 - 2x$

b) Exprimer la largeur ℓ de la cavité en fonction de x.

$\ell = 15 - 2x$

3. Montrer que l'aire $\mathcal{A}$ de la cavité a pour expression en fonction de x :

$$\mathcal{A} = 4x^2 - 66x + 270$$

$\mathcal{A} = L \times \ell \Rightarrow \mathcal{A} = (18 - 2x)(15 - 2x) \Rightarrow \mathcal{A} = 270 - 36x - 30x + 4x^2 \Rightarrow$ $\boldsymbol{\mathcal{A} = 4x^2 - 66x + 270}$

<u>Partie 2</u> :

1. Indiquer la valeur minimale et la valeur maximale de la variable x.

La valeur minimale $x = 0$

La valeur maximale $x = 7{,}5$, valeur pour laquelle $\ell = 0$.

2. On définit la fonction f sur l'intervalle [0 ; 7,5] par : $f(x) = 4x^2 - 66x + 270$
Calculer $f(0)$ et $f(7{,}5)$.

$f(0) = 4 \times 0^2 - 66 \times 0 + 270 \Rightarrow$ $\boldsymbol{f(0) = 270}$

$f(7{,}5) = 4 \times 7{,}5^2 - 66 \times 7{,}5 + 270 \Rightarrow f(7{,}5) = 225 - 495 + 270 \Rightarrow$ $\boldsymbol{f(7{,}5) = 0}$

3. On désigne par f' la dérivée de la fonction f.
A l'aide du signe de $f'(x)$, vérifier que la fonction f est décroissante sur l'intervalle [0 ; 7,5].

$f'(x) = 2 \times 4x - 66 \Rightarrow$ $\boldsymbol{f'(x) = 8x - 66}$

$f'(x) = 0$ pour $8x - 66 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{66}{8} \Rightarrow x = 8{,}25$

$f'(x) > 0$ pour $8x - 66 > 0 \Rightarrow x > \dfrac{66}{8} \Rightarrow x > 8{,}25$; $f'(x) < 0$ pour $8x - 66 < 0 \Rightarrow x < \dfrac{66}{8} \Rightarrow x < 8{,}25$

$f'(x) < 0$ sur $[0 ; 7{,}5]$ $\Rightarrow f(x)$ décroissante

4. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f en annexe.

x	0	1	2	3	5	6	7,5
$f(x)$	***270***	***208***	***154***	***108***	***40***	***18***	***0***

5. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère de l'annexe page 3.

Corrigé

<u>Partie 3</u> :

Pour des raisons de solidité, l'aire de la cavité doit être inférieure ou égale à 110 cm^2. La valeur minimale de x pour que cette contrainte soit satisfaite vérifie $f(x) = 110$.
On souhaite déterminer cette valeur de deux façons différentes.

1. *Résolution graphique :*

a) Tracer la droite d'équation $y = 110$ dans le repère de l'annexe.

b) Déterminer graphiquement la valeur minimale de x pour que la contrainte soit satisfaite.

x = 2,95 au minimum pour que la contrainte soit satisfaite

2. *Résolution algébrique :*

a) Montrer que x est solution de l'équation : $4x^2 - 66x + 160 = 0$

Il faut $f(x) = 110 \Rightarrow 4x^2 - 66x + 270 = 110 \Rightarrow 4x^2 - 66x + 160 = 0$

b) Résoudre l'équation du second degré : $4x^2 - 66x + 160 = 0$
Les solutions seront arrondies au dixième.

L'équation est du type $ax^2 + bx + c = 0$ avec a = 4 ; b = –66 ; c = 160

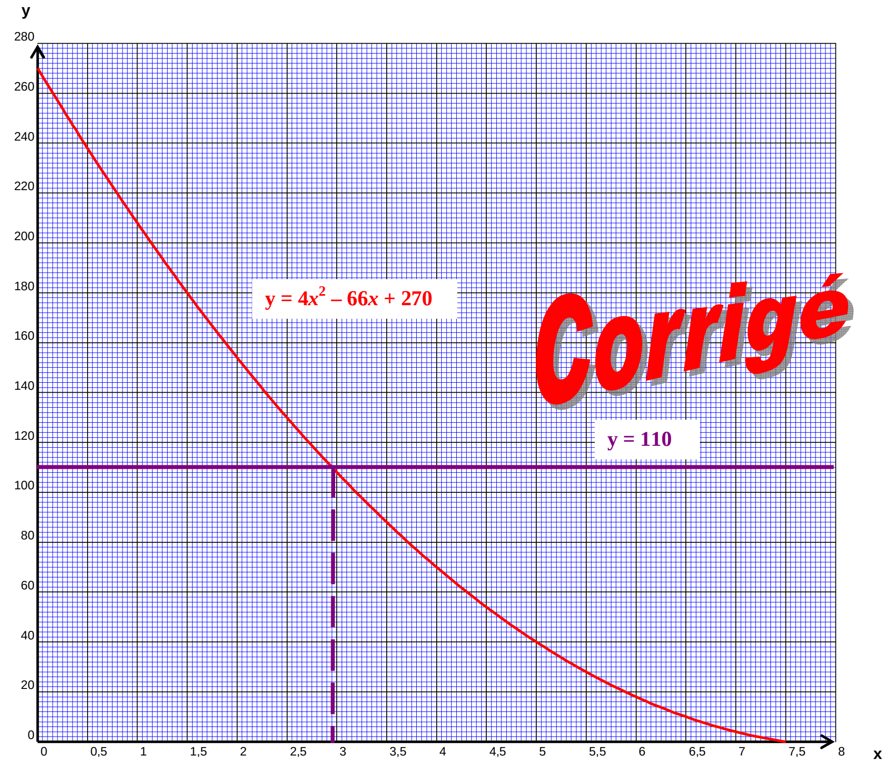
$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-66)^2 - 4 \times 4 \times 160 \Rightarrow \Delta = 4356 - 2560 \Rightarrow \Delta = 1796$ ($\Delta > 0$, l'équation possède 2 solutions distinctes)

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-66) + \sqrt{1796}}{2 \times 4} \Rightarrow x_1 = \frac{66 + 42{,}38}{8} \Rightarrow x_1 \approx 13{,}547 \Rightarrow \mathbf{x_1 \approx 13{,}5}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-66) - \sqrt{1796}}{2 \times 4} \Rightarrow x_2 = \frac{66 - 42{,}38}{8} \Rightarrow x_2 \approx 2{,}953 \Rightarrow \mathbf{x_2 \approx 3}$$

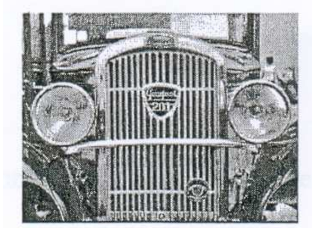
c) Déduire de la question précédente la valeur minimale de x pour que la contrainte soit satisfaite.

La valeur minimale de x pour que la contrainte soit satisfaite est $x_1 = 3$, car $x_2 = 13{,}5$ n'appartient pas à l'intervalle d'étude



<u>Bac pro Technicien d'usinage Juin 2008</u>

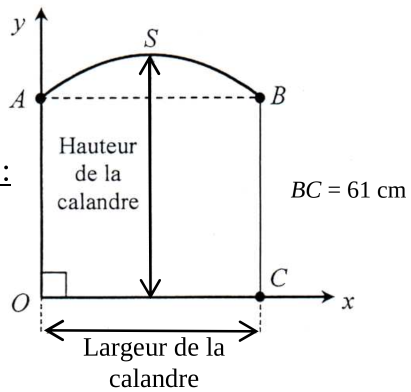
2)



La « Peugeot 201 » est une voiture de collection datant de 1930.
Un collectionneur souhaite faire restaurer à l'identique la calandre de sa Peugeot 201, c'est à dire la garniture placée devant le radiateur.

Pour cela on souhaite réaliser un gabarit de la calandre dont la forme générale, dans le plan rapporté au repère orthogonal de la figure 1, est la suivante :

Figure 1 :



Toutes les dimensions de la calandre sont en cm.

Le dessin n'est pas à l'échelle.

Corrigé

Le but de cet exercice est de modéliser la forme de la calandre à l'aide d'une fonction et de déterminer ses dimensions.

Dans tout l'exercice le plan est rapporté au repère orthogonal donné en annexe.
Les trois parties de l'exercice sont indépendantes les unes des autres.

La partie supérieure de la calandre correspond à l'arc $\overset{\frown}{AB}$ (voir figure 1).
L'équation de cet arc dans le repère orthogonal est :

$$y = -0{,}02\,x^2 + 0{,}8\,x + 61.$$

Partie 1 : Détermination de la largeur x_B de la calandre.

1. Sachant que les coordonnées du point B (x_B ; 61) de la figure 1 vérifient l'équation de l'arc $\overset{\frown}{AB}$, montrer que : $-0{,}02\,x^2 + 0{,}8\,x = 0$.

En remplaçant les coordonnées du point B dans l'équation de l'arc , on obtient :
$61 = -0{,}02\,x_B^2 + 0{,}8\,x_B + 61$
$61 - 61 = -0{,}02\,x_B^2 + 0{,}8\,x_B$
$-0{,}02\,x^2 + 0{,}8\,x = 0$

2. Résoudre l'équation : $-0{,}02\,x^2 + 0{,}8\,x = 0$.

L'équation est du type $ax^2 + bx + c = 0$ avec a = –0,02 ; b = 0,8 ; c = 0

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 0{,}8^2 - 4 \times -0{,}02 \times 0 \Rightarrow \Delta = 0{,}64 - 0 \Rightarrow \Delta = 0{,}64$ ($\Delta > 0$, l'équation possède 2 solutions distinctes)

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-0{,}8 + \sqrt{0{,}64}}{2 \times (-0{,}02)} \Rightarrow x_1 = \frac{-0{,}8 + 0{,}8}{-0{,}04} \Rightarrow \boldsymbol{x_1 = 0}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-0{,}8 - \sqrt{0{,}64}}{2 \times (-0{,}02)} \Rightarrow x_2 = \frac{-0{,}8 - 0{,}8}{-0{,}04} \Rightarrow x_2 = \frac{-1{,}6}{-0{,}04} \Rightarrow \boldsymbol{x_2 = 40}$$

3. En déduire l'abscisse x_B du point B et placer le point B dans le repère de l'annexe.

$\mathbf{x_B = 40}$

Corrigé

4. Calculer la largeur AB de la calandre.

$\mathbf{AB = x_B - x_A = 40}$

<u>Partie 2</u> : Détermination de la hauteur de la calandre.

On étudie la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 40] par : $f(x) = -0{,}02\,x^2 + 0{,}8\,x + 61$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

$f'(x) = 2 \times (-0{,}02)\,x + 0{,}8 \Rightarrow \mathbf{f'(x) = -0{,}04x + 0{,}8}$

2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

$f'(x) = 0 \Rightarrow -0{,}04x + 0{,}8 = 0 \Rightarrow 0{,}04x = 0{,}8 \Rightarrow x = \dfrac{0{,}8}{0{,}04} \Rightarrow \mathbf{x = 20}$

3. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 40] et compléter, sur l'annexe, le tableau de variation de la fonction f.

$f'(x) > 0 \Rightarrow -0{,}04x + 0{,}8 > 0 \Rightarrow 0{,}04x < 0{,}8 \Rightarrow x < \dfrac{0{,}8}{0{,}04} \Rightarrow \mathbf{x < 20}$

$f'(x) < 0 \Rightarrow -0{,}04x + 0{,}8 < 0 \Rightarrow 0{,}04x > 0{,}8 \Rightarrow x > \dfrac{0{,}8}{0{,}04} \Rightarrow \mathbf{x > 20}$

x	0		**20**		40
Signe de $f'(x)$		+	0	–	
Variation de $f(x)$	**61**	$\nearrow$	**69**	$\searrow$	**61**

4. Donner la valeur de x pour laquelle la fonction f admet un maximum et préciser la valeur de ce maximum. En déduire les coordonnées du sommet S de la calandre (voir figure 1).

la fonction f admet un maximum pour **x = 20** et ce maximum est **$f(x)$ = 69**

S a pour coordonnées (20 ; 69)

5. Placer le point S dans le repère de l'annexe. Quelle est alors la hauteur maximale de la calandre ?

La hauteur maximale de la calandre est 69 cm.

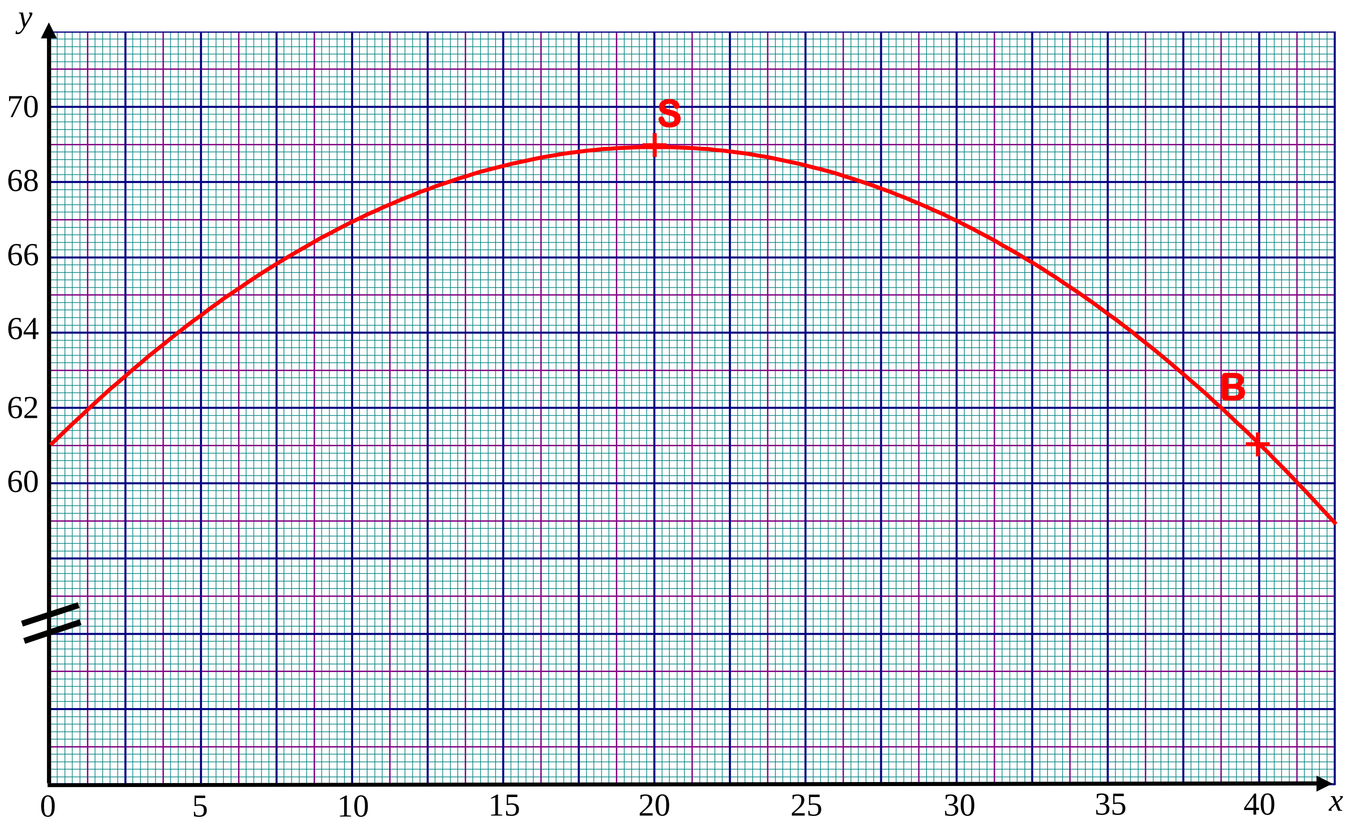
<u>Partie 3</u> : Tracé du gabarit de la calandre.

1. Compléter, sur l'annexe, le tableau de valeurs de la fonction f. Les résultats seront arrondis au dixième.

x	0	5	10	15	20	25	32,5	37,5	40
$f(x)$	61	**64,5**	**67**	**68,5**	69	68,5	**65,9**	**62,9**	61

2. Sur l'annexe, tracer la représentation graphique de la fonction *f* correspondant à l'arc *AB* du gabarit de la calandre.

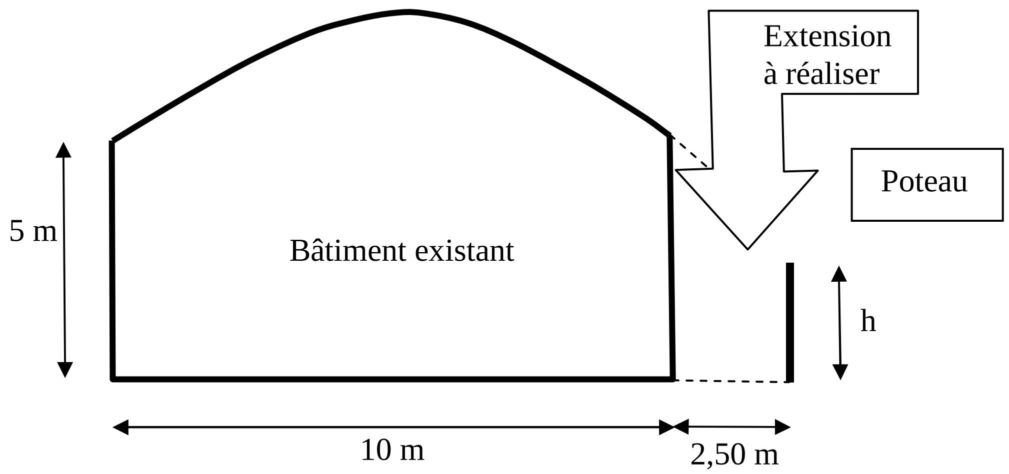
Tracé de la courbe représentative de la fonction *f*.



Corrigé

Bac pro Carrosserie Juin 2008

3) On souhaite réaliser une extension à un bâtiment existant.
Le schéma ci-dessous représente une vue en coupe du bâtiment.



Les toitures de l'extension et du bâtiment existant se raccordent de façon harmonieuse.

L'extension doit satisfaire les exigences suivantes :

- Les poteaux soutenant la toiture de l'extension se situent à 2,50 m du mur existant.
- La hauteur h des poteaux doit être supérieure à 2,10 m.

On considère la fonction f de variable réelle x définie sur [0 ; 13,7] par : $f(x) = -0{,}1x^2 + x + 5$

1 – <u>Premier cas</u> : Prolongement selon le même profil parabolique

La droite (D) représentée, dans le plan rapporté au repère défini en annexe 1, a pour équation $x = 12{,}5$

1.1 - Avec la précision permise par le graphique, déterminer graphiquement les coordonnées de F, point d'intersection de (P) et (D).

F (12,5; 1,85)

1.2 - Calculer f (12,5).

$f(12{,}5) = -0{,}1 \times (12{,}5)^2 + 12{,}5 + 5 \Rightarrow f(12{,}5) = -0{,}1 \times 156{,}25 + 17{,}5 \Rightarrow f(12{,}5) = -15{,}625 + 17{,}5 \Rightarrow$ $\boldsymbol{f(12{,}5) = 1{,}875}$

1.3 - Dans ce cas, en déduire la hauteur d'un poteau.

Le poteau mesure 1,875 m

2 – <u>Deuxième cas</u> : Prolongement selon un profil linéaire

Corrigé

2.1 - $f\,'$ est la fonction dérivée de la fonction f. Déterminer $f\,'(x)$.

$f\,'(x) = 2 \times (-0{,}1)\, x + 1 \Rightarrow$ $\boldsymbol{f\,'(x) = -0{,}2x + 1}$

2.2 - Calculer $f\,'$ (10).

$f\,'(10) = -0{,}2 \times 10 + 1 \Rightarrow f\,'(10) = -2 + 1 \Rightarrow$ $\boldsymbol{f\,'(10) = -1}$

2.3 - Justifier que la droite (T) d'équation $y = -x + 15$ est tangente à la courbe (P) au point C d'abscisse 10.

le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 10 est égal au nombre dérivé en ce point

($f\,'(10)$)

Equation de la tangent à une courbe en un point d'abscisse $x_0 = 10$:

$y = f\,'(x_0)\,(x - x_0) + f\,(x_0) \Rightarrow y = f\,'(10)\,(x - 10) + f\,(10)$

$f\,(10) = = -0{,}1 \times (10)^2 + 10 + 5 \Rightarrow f(10) = -0{,}1 \times 100 + 15 \Rightarrow f(10) = -10 + 15 \Rightarrow f\,(10) = 5$

$\Rightarrow y = -1(x - 10) + 5 \Rightarrow y = -x + 10 + 5 \Rightarrow y = -x + 15$

2.4 - Tracer la tangente (T) au point C dans le plan rapporté au repère de l'annexe 1 (à rendre avec la copie).

2.5 - Placer le point E, intersection des droites (T) et (D).

E (12,5 ; 2,5)

2.6 - Déterminer, en faisant apparaître un calcul, l'ordonnée du point E.

(T) coupe (D) lorsque : $y = -12{,}5 + 15 = 2{,}5$

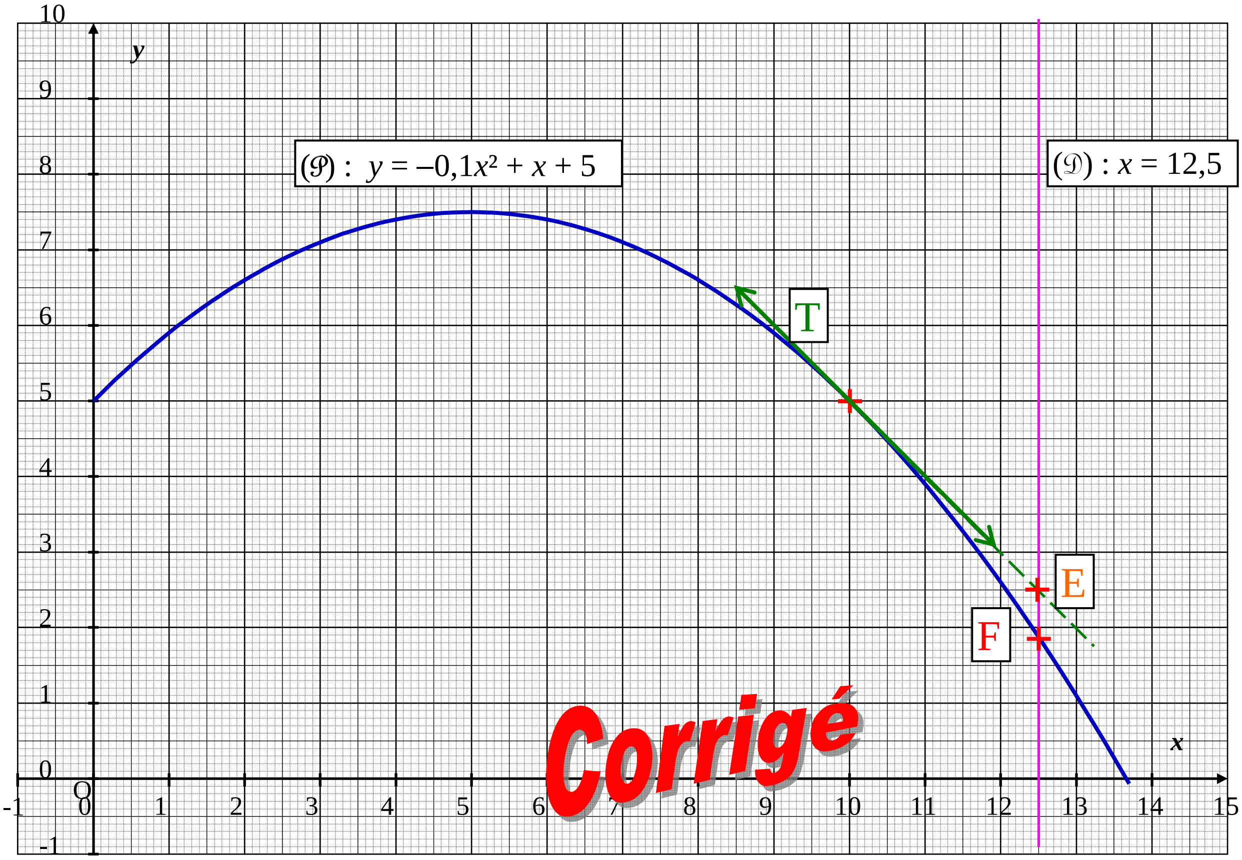
2.7 - Dans ce cas, en déduire la hauteur d'un poteau.

La hauteur d'un poteau sera 2,5 m ou 250 cm

3 – <u>Exploitation des résultats</u>

Quel profil doit-on choisir pour satisfaire les exigences données dans l'énoncé ? Justifier la réponse

La hauteur h d'un poteau devant être supérieure à 2,10 m, on choisira le profil du 2ème cas (h = 2,5 m)



<u>Bac pro CGBO Juin 2008</u>