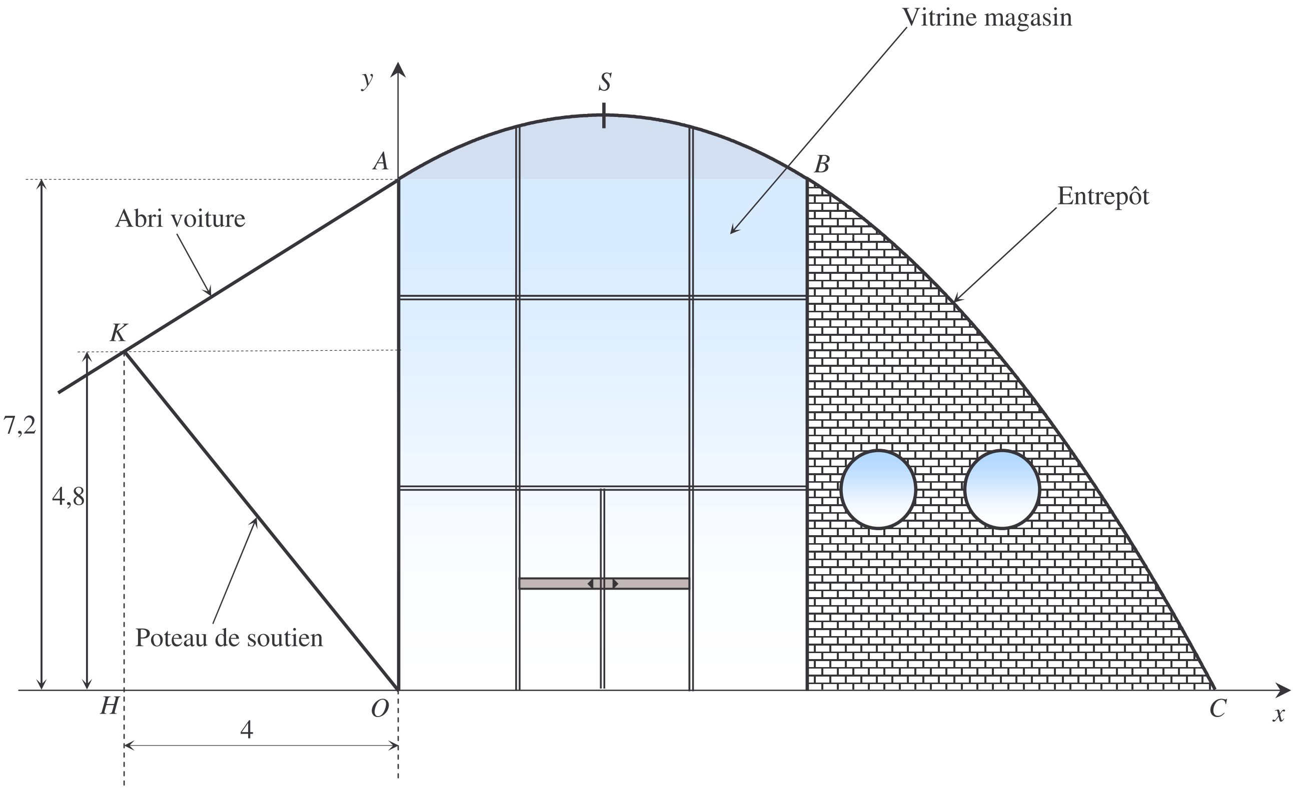


Dans le repère précédent, $\overset{\frown}{AC}$ est un arc de parabole $\mathscr{P}$. Son équation est de la forme :

$$y = ax^2 + bx + c$$

Les points *A*, *S* et *B* ont pour coordonnées respectives *A* (0 ; 7,2), *S* (3 ; 8,1) et *B* (6 ; 7,2).

1. *Détermination de 1 'équation de la parabole $\mathscr{P}$:*

a) En utilisant les coordonnées de *A*, déterminer la valeur de *c*.

En A : $x_A = 0$; $y_A = 7{,}2$; A appartient à la parabole, ses coordonnées vérifient donc l'équation de $\mathscr{P}$:

$y_A = a \times x_A^2 + b \times x_A + c \Rightarrow 7{,}2 = a \times 0^2 + b \times 0 + c \Rightarrow$ **$c = 7{,}2$**

b) De même, en utilisant les coordonnées des points *S* et *B*, montrer que :

$$9a + 3b = 0{,}9 \text{ et } 36a + 6b = 0.$$

En S : $x_S = 3$; $y_S = 8{,}1$; S appartient à la parabole, ses coordonnées vérifient donc l'équation de $\mathscr{P}$:

$y_S = a \times x_S^2 + b \times x_S + c \Rightarrow 8{,}1 = a \times 3^2 + b \times 3 + 7{,}2 \Rightarrow 8{,}1 - 7{,}2 = 9a + 3b \Rightarrow$ **$9a + 3b = 0{,}9$**

En B : $x_B = 6$; $y_B = 7{,}2$; B appartient à la parabole, ses coordonnées vérifient donc l'équation de $\mathscr{P}$:

$y_B = a \times x_B^2 + b \times x_B + c \Rightarrow 7{,}2 = a \times 6^2 + b \times 6 + 7{,}2 \Rightarrow 7{,}2 - 7{,}2 = 36a + 6b \Rightarrow$ **$36a + 6b = 0$**

c) Résoudre le système $\begin{cases} 9a + 3b = 0{,}9 & ① \\ 36a + 6b = 0 & ② \end{cases}$ et donner l'équation de la parabole $\mathscr{P}$.

$\begin{cases} 36a + 12b = 3{,}6 & ① \times 4 \\ 36a + 6b = 0 & ② \end{cases}$

① − ② : $6b = 3{,}6 \Rightarrow b = \dfrac{3{,}6}{6} \Rightarrow$ **$b = 0{,}6$** ;

Dans ① : $9a + 3 \times 0{,}6 = 0{,}9 \Rightarrow 9a = 0{,}9 - 1{,}8 \Rightarrow a = \dfrac{-0{,}9}{9} \Rightarrow$ **$a = -0{,}1$**

Equation de la parabole $\mathscr{P}$

$y = -0{,}1x^2 + 0{,}6\,x + 7{,}2$

2. **a)** Résoudre l'équation $-0,1\ x^2 + 0,6\ x + 7,2 = 0$.

$a = -0,1$; $b = 0,6$; $c = 7,2 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 0,6^2 - 4 \times (-0,1) \times 7,2 \Rightarrow \Delta = 0,36 + 2,88 \Rightarrow \Delta = 3,24$

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-0,6+\sqrt{3,24}}{2\times(-0,1)} \Rightarrow x_1 = \frac{1,2}{-0,2} \Rightarrow \boldsymbol{x_1 = -6}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-0,6-\sqrt{3,24}}{2\times(-0,1)} \Rightarrow x_2 = \frac{-2,4}{-0,2} \Rightarrow \boldsymbol{x_2 = 12}$$

b) En déduire la longueur *OC*.

"C" est le point d'intersection de la parabole et de l'axe des abscisses, son abscisse est donc solution de l'équation $-\ 0,1\ x^2 + 0,6\ x + 7,2 = 0$ d'où $x_C = 12$ donc OC = 12 m

Etude de la continuité visuelle de la toiture

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 12] par :

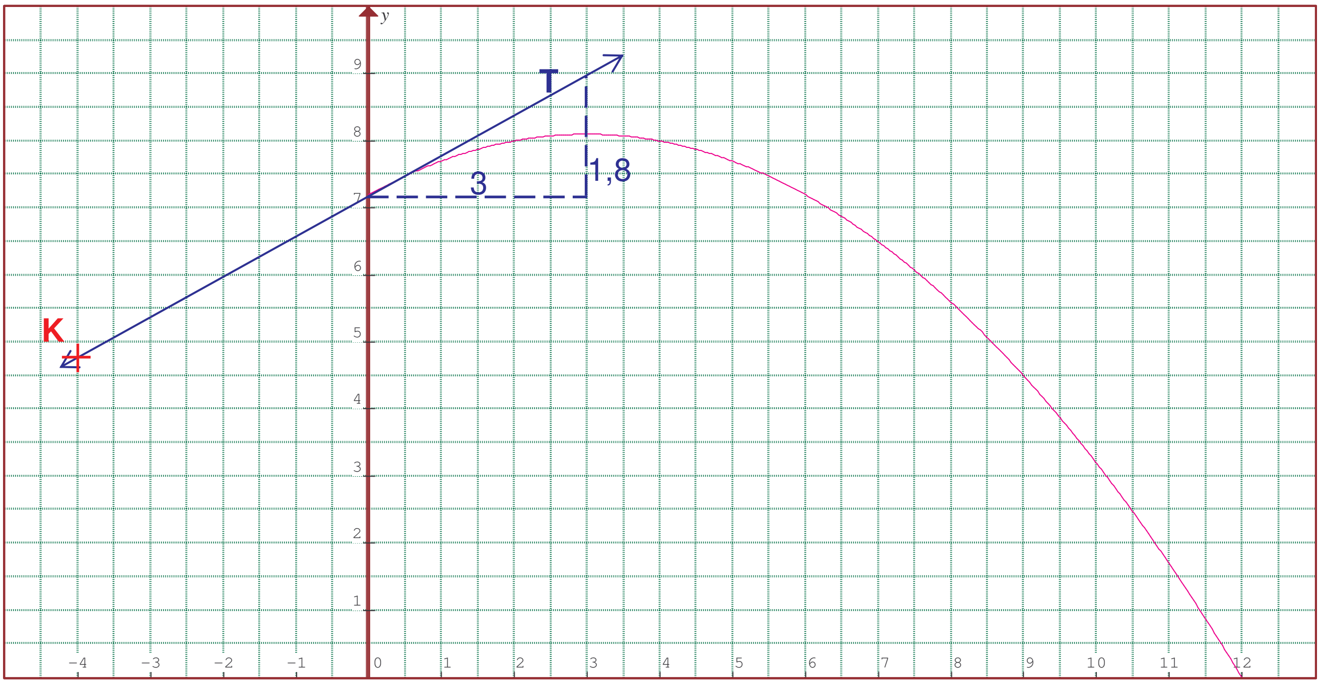
$$f(x) = -0,1\ x^2 + 0,6x + 7,2.$$

1. *Tracé du toit*

a) Compléter le tableau de valeurs situé en annexe. Arrondir les résultats au dixième.

x	0	1,5	3	4,5	6	8	10	12
$f(x)$	7,2	**7,9**	8,1	**7,9**	7,2	**5,6**	**3,2**	0

b) Tracer l'arc de parabole $\mathscr{P}$ dans le repère situé en annexe.



Continuité visuelle

c) Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

$f'(x) = 2 \times (-0,1)x + 0,6 \Rightarrow f'(x) = -0,2x + 0,6$

d) On rappelle que le point A a pour coordonnées A (0 ; 7,2).
Etablir que le coefficient directeur de la tangente (T) en A à la courbe $\mathscr{P}$ est égal à 0,6. Donner l'équation de cette tangente.

Le coefficient directeur de la tangente (T) en A est égal au nombre dérivé en ce point ($f'(0)$) :

$f'(0) = -0{,}2 \times 0 + 0{,}6 \Rightarrow f'(0) = 0{,}6$

Équation générale de la tangente en un point $[x_0 ; f'(x_0)]$ d'une courbe : $y = f'(x_0)\ (x - x_0) + f(x_0)$

Équation de la tangente en "$x_0 = 0$" : $y = f'(0)\ (x - 0) + f(0)$

$f'(0) = 0{,}6$; $f(0) = 7{,}2$ $\Rightarrow y = 0{,}6 \times (x - 0) + 7{,}2 \Rightarrow y = 0{,}6x + 7{,}2 \Rightarrow$ $\mathbf{y = 0{,}6x + 7{,}2}$

e) Dans le repère de l'annexe, tracer la tangente (T).

f) Placer le point K (−4 ; 4,8) dans le repère.

A l'aide de l'équation de la tangente (T), vérifier que le point K appartient à cette droite.

Le point K appartient à (T) si ses coordonnées vérifient l'équation de la tangente (T) :

$y_K = 0{,}6x_K + 7{,}2 \Rightarrow 4{,}8 = 0{,}6 \times (-4) + 7{,}2 \Rightarrow 4{,}8 = 4{,}8 \Rightarrow K \in (T)$

Bac pro Bâtiment : Métal-Alu-Verre-Matériaux de synthèse 2006

Pour mesurer la température d'un four, on utilise un couple thermoélectrique. Le fabriquant précise que la caractéristique de ce couple est de la forme suivante :

$$E\,(t) = at^2 + bt + E_o.$$

$E\,(t)$ étant la f.e.m. ou tension à vide exprimée en millivolts aux bornes du couple à la température t exprimée en degrés celcius.

On se propose de déterminer les coefficients a, b, E_o. Pour cela, on relève la tension E à différentes températures. On obtient les résultats suivants :

t en °C	0	200	400
$E\,(t)$ en mV	0,44	1,34	3,84

1. Justifier que $E_o = 0{,}44$ mV.

Pour $t = 0$, $E = E_o = 0{,}44$mV

2. On se propose de déterminer la valeur des coefficients a et b dans l'expression :

$$E\,(t) = at^2 + bt + 0{,}44$$

2.1. Vérifier que pour $t = 200$ °C, l'expression s'écrit : $40\,000a + 200b = 0{,}9$.

Pour $t = 200$ °C : $E\,(200) = 1{,}34 \Rightarrow 1{,}34 = a \times 200^2 + b \times 200 + 0{,}44 \Rightarrow 1{,}34 - 0{,}44 = 40\,000a + 200b$

$\Rightarrow 40\,000a + 200b = 0{,}9$

2.2. Vérifier que pour $t = 400$ °C, l'expression s'écrit : $160\,000a + 400b = 3{,}4$.

Pour $t = 400$ °C : $E\,(400) = 3{,}84 \Rightarrow 3{,}84 = a \times 400^2 + b \times 400 + 0{,}44 \Rightarrow 3{,}84 - 0{,}44 = 160\,000a + 400b$

$\Rightarrow 160\,000a + 400b = 3{,}4$

2.3. En déduire que a et b sont solutions du système : $\begin{cases} 200a + b = 0{,}0045 & ① \\ 400a + b = 0{,}0085\,. & ② \end{cases}$

$40\,000a + 200b = 0{,}9$

2.4. Résoudre ce système.

$$\begin{cases} 400a + 2b = 0{,}009 & ① \times 2 \\ 400a + b = 0{,}0085 & ② \end{cases}$$

① − ② : **$b = 0{,}0005 = 5.10^{-4}$**

Dans ① : $200a + 0{,}0005 = 0{,}009 \Rightarrow 200a = 0{,}0045 - 0{,}0005 \Rightarrow a = 0{,}004/200 \Rightarrow$ **$a = 0{,}000\,02 = 2.10^{-5}$**

2.5. Ecrire l'expression de $E\,(t)$ en remplaçant a et b par leur valeur.

$$\boldsymbol{E\,(t) = 2.10^{-5}\,t^2 + 5.10^{-4}\,t + 0{,}44}$$

3. Soit la fonction f définie par $f\,(x) = 2.10^{-5}\,x^2 + 5.10^{-4}\,x + 0{,}44$ sur l'intervalle [0 ; 400].

3.1. Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'\,(x)$ sur l'intervalle [0 ; 400].

$f'(x) = 2 \times 2.10^{-5}\;x + 5.10^{-4} \Rightarrow$ **$f'(x) = 4.10^{-5}\;x + 5.10^{-4}$**

3.2. Résoudre l'inéquation $f'\,(x) > 0$.

$f'(x) > 0 \Rightarrow 4.10^{-5}\,x + 5.10^{-4} > 0 \Rightarrow 4.10^{-5}\,x > -5.10^{-4} \Rightarrow x > \dfrac{-5.10^{-4}}{4.10^{-5}} \Rightarrow$ **$x > -12{,}5$**

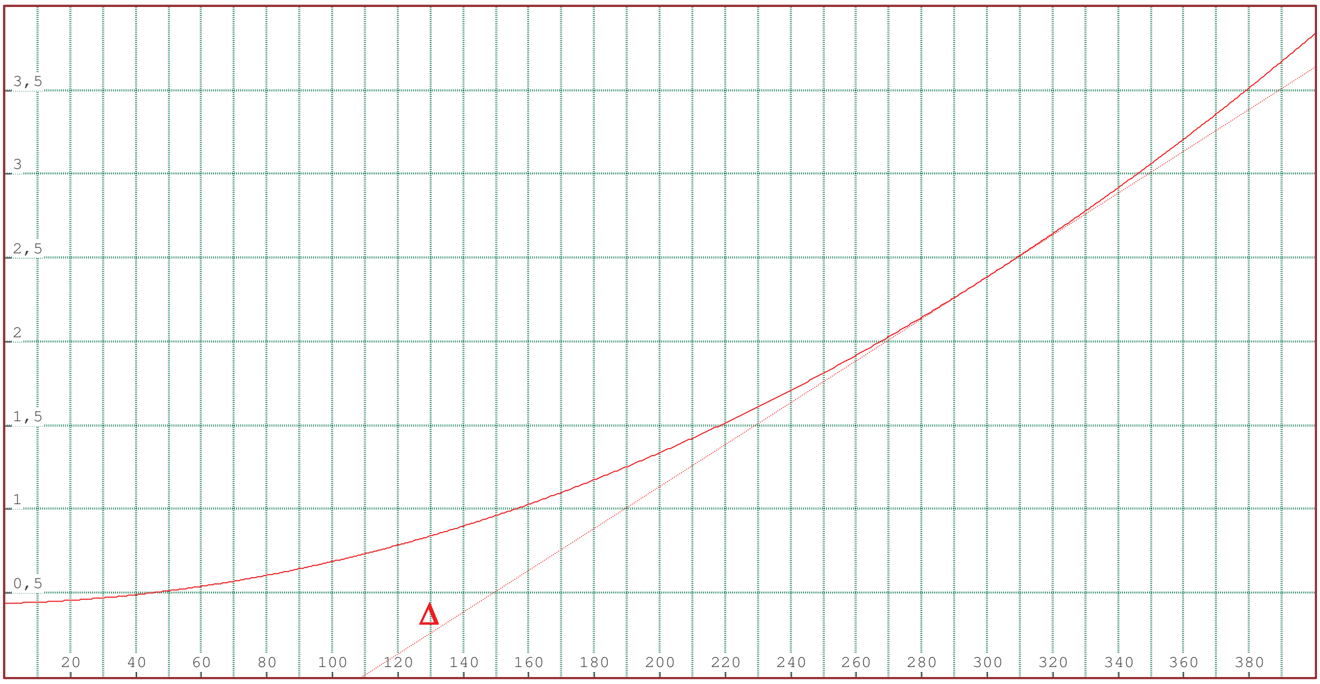
3.3. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'annexe.

x	0	400
Signe de $f'\,(x)$	+	
Variation de f	0,44 ↗	3,84

3.4. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'annexe. Arrondir les valeurs à 10^{-2}.

x	0	50	100	150	200	250	300	350	400
$f(x)$	0,44	0,52	0,69	0,97	1,34	1,82	2,39	3,07	3,84

3.5. Tracer dans le repère de l'annexe la courbe représentative C de f.



3.6. Calculer le nombre dérivé $f'(300)$.

$f'(300) = 4.10^{-5} \times 300 + 5.10^{-4} \Rightarrow f'(300) = 0{,}012 + 0{,}0005 \Rightarrow f'(300) = 0{,}0125$

3.7. Déterminer l'équation de la tangente Δ à la courbe C au point d'abscisse $x = 300$.

Équation générale de la tangente en un point $[x_0 ; f'(x_0)]$ d'une courbe : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Équation de la tangente en "$x_0 = 300$" : $y = f'(300)(x - 300) + f(300) \Rightarrow y = 0{,}0125(x - 300) + 2{,}39$

$y = 0{,}0125x - 3{,}75 + 2{,}39 \Rightarrow$ **$y = 0{,}0125x - 1{,}36$**

3.8. En utilisant le repère de l'annexe, construire la droite Δ.

Bac pro Maintenance Des Appareils et Equipements Ménagers et de Collectivités 2006