TEST DE FONCTIONNEMENT D'UN FOUR A MICRO – ONDES.

Un four à micro-ondes de puissance P est utilisé pour chauffer un volume V d'eau pendant un temps t. L'élévation $\Delta\theta$ de la température de l'eau peut être calculée par la relation suivante :

$$\Delta\theta = \frac{P \times t}{4{,}187 \times V}$$

$\Delta\theta$: élévation de la température de l'eau (°C)

P : puissance (W)

t : temps de chauffage (s)

V : volume d'eau (mL)

1) – Calculs numériques.

1.1) – Calculer la valeur de l'élévation de température $\Delta\theta$, lorsque P = 1 700 W ; t = 15 s et V = 100 mL. Le résultat sera arrondi à l'unité.

$$\Delta\theta = \frac{1700 \times 15}{4{,}187 \times 100} = 60{,}9028 \approx \mathbf{61\ °C}$$

1.2) – Les températures initiale $\theta_{initiale}$ et finale θ_{finale} de l'eau sont liées par la relation $\Delta\theta = \theta_{finale} - \theta_{initiale}$.

Exprimer θ_{finale} en fonction de V lorsque P = 1 700 W ; t = 120 s et $\theta_{initiale}$ = 20 °C.

$$\theta_{finale} = \Delta\theta - \theta_{initiale} = \frac{1700 \times 120}{4{,}187 \times V} - 20 = \mathbf{\frac{48\,722}{V} - 20}$$

2) – Etude de la température finale pour P = 1 700 W ; t = 120 s et $\theta_{initiale}$ = 20 °C.

On admet que la température finale est donnée, en fonction du volume V par la relation :

$$\theta_{finale} = \frac{48\,720}{V} + 20$$

2.1) –Etude d'une fonction.

Soit la fonction f définie sur [609 ; 2 000] par la relation $f(x) = \frac{48\,720}{x} + 20$

a) Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.

$f'(x) = \mathbf{\frac{-48720}{x^2}}$ $\left[\text{La dérivée de } \frac{a}{x} \text{ est } \frac{-a}{x^2}\right]$.

b) Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [609 ; 2 000].

$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ décroissante ($x^2 > 0$, donc $f'(x) < 0$)

c) Compléter le tableau de variation de la fonction f ci-dessous.

x	609	2 000
Signe de $f'(x)$	–	
Variation de f	100 ↘	44

d) Compléter le tableau de valeurs de f . Les résultats seront arrondis à l'unité.

x	609	650	800	1 000	1 200	1 400	1 600	1 800	2 000
$f(x)$	100	95	81	69	61	55	50	47	44

e) En utilisant le repère ci dessous, représenter graphiquement la fonction f.

Représentation graphique de f

2.2) – Exploitation de la courbe

Laisser apparents les traits de construction.

a) Déterminer graphiquement la température finale atteinte par un volume d'eau de 1 500 mL.

$\theta_{finale} \approx$ **52°C**

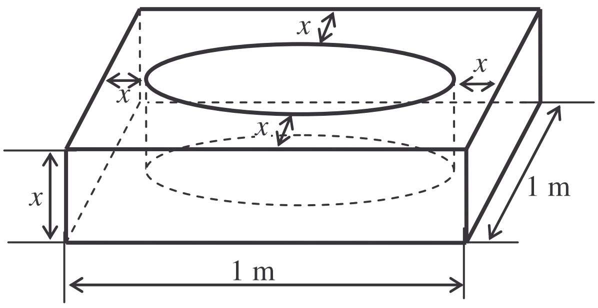
b) Sachant que la température d'ébullition de l'eau est 100°C, peut-on obtenir l'ébullition de 900 mL d'eau ?

Non, on ne pourra pas obtenir l'ébullition de 900 mL d'eau, pour 900 mL $\theta_{finale} \approx 74°$

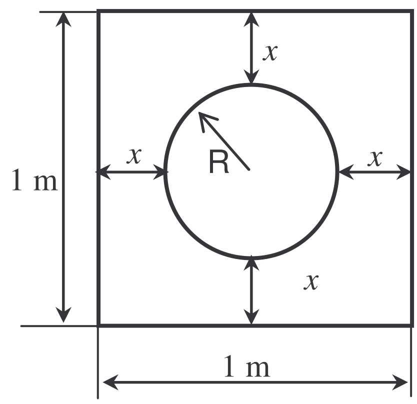
Bac pro MAEMC Septembre 2005

La municipalité d'une ville souhaite aménager une fontaine dans un jardin public. Cette fontaine est formée d'un réservoir centré dans un socle de section carrée d'un mètre de côté.
Le réservoir est un cylindre, son rayon R varie avec les dimensions du socle comme indiqué sur le schéma. Les cotes sont exprimées en mètres.

Vue en perspective



Vue de dessus



On recherche la valeur de x pour laquelle la réserve d'eau de la fontaine est maximale.

Partie 1 : Expression du volume du réservoir

1.1.1. Exprimer le rayon R du cylindre en fonction de x.

$R = \dfrac{1-2x}{2} = \mathbf{\dfrac{1}{2} - x = 0,5 - x}$

1.1.2. Exprimer l'aire, notée $A(x)$ de la base du cylindre en fonction de x.

$A(x) = \pi R^2 = \pi\,(0,5-x)^2 = \pi\,(0,25 - 2 \times 0,5 \times x + x^2) = \mathbf{\pi\,(0,25 - x + x^2)}$

1.1.3. En déduire, en fonction de x, l'expression du volume du réservoir, noté $V(x)$.

$V(x) = A(x) \times x = \pi\,(0,25 - x + x^2) \times x = \mathbf{\pi\,(0,25x - x^2 + x^3)}$

Partie 2 : Étude de fonction

On considère la fonction f définie sur $[0,1\,;\,0,5]$ par $f(x) = x^3 - x^2 + 0,25\,x$.

1.2.1. Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

$f'(x) = 3 \times x^2 - 2 \times x + 0,25 = \mathbf{3x^2 - 2x + 0,25}$

1.2.2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$, donner les valeurs exactes des solutions. x_1 et x_2.

$f'(x) = 0$ pour $3x^2 - 2x + 0,25 = 0$, on résout cette équation du second degré :

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 3 \times 0,25 = 4 - 3 = 1$, $\Delta > 0 \Rightarrow$ 2 solutions x_1 et x_2

$x_1 = \dfrac{-(-2)-1}{2 \times 3} = \mathbf{\dfrac{1}{6}}$ et $x_2 = \dfrac{-(-2)+1}{2 \times 3} = \dfrac{3}{6} = \mathbf{\dfrac{1}{2}}$

1.2.3. Dans la suite, on considère, que $x_1 = 0,17$ et $x_2 = 0,5$.
Compléter le tableau de signes de **l'annexe page 4 / 5**.

Tableau de signes

x	0,1		0,17		0,5
Signe de $(x - 0,17)$		**–**	**0**	**+**	
Signe de $(x - 0,5)$		**–**		**–**	**0**
Signe de $(x - 0,17)(x - 0,5)$		**+**	**0**	**–**	**0**

1.2.4. Déterminer les valeurs exactes de $f(0,1)$ et $f(0,5)$, puis les valeurs approchées de $f(0,17)$ arrondie à 10^{-4}**.** Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe**.

$f(0,1) = 0,016$; $f(0,5) = 0$; $f(0,17) = 0,0185$

Tableau de variation

x	0,1		0,17		0,5
Signe de $f'(x)$		+	0	–	0
Variation de f	0,016	↗	0,0185	↘	0

Partie 3 : Exploitation des résultats

On considère que le volume en litres du réservoir est donné par la formule suivante :
$V(x) = 1000\,\pi\, f(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle [0,1 ; 0,4].

1.3.1. Calculer, en litres, la valeur maximale du volume du réservoir. Arrondir à l'unité.

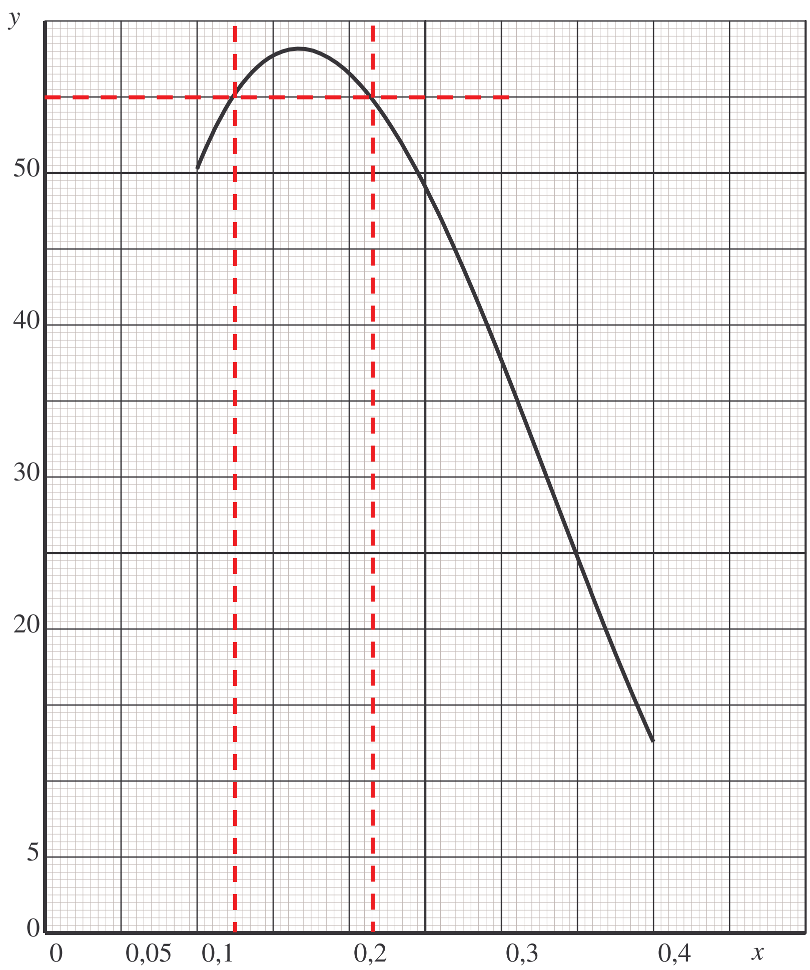
Le volume est maximum pour $x = 0,17$ m : $V_{(0,17)} = 100\pi \times f(x) = 100\pi \times 0,0185 =$ **58 L**

1.3.2. Calculer, en mètre, les dimensions du réservoir cylindrique correspondant au volume maximal.

Le volume est maximum pour $x = 0,17$ m, donc R = 0,5 – 0,17 = **0,33 m**

1.3.3. Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles le volume du réservoir est supérieur à 55 L. Répondre sous forme d'intervalle et laisser apparents les traits utiles à la lecture.

Le volume du réservoir est supérieur à 55 L pour $0,125 < x < 0,215$, $\boldsymbol{x \in\,]0,125 ; 0,215[}$



Bac pro Aménagement et Finition 2005

L'ébauche de la vue de face d'un parapluie « ville » ouvert est présentée en annexe.

Pour compléter cette ébauche, on considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 45] par :

$$f(x) = -0{,}0004x^3 + 0{,}0038x^2 - 0{,}08x + 35$$

2.1. Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f.

$f'(x) = 3 \times (-0{,}0004x^3) + 2 \times 0{,}0038x - 0{,}08 =$ **$-0{,}0012x^2 + 0{,}0076x - 0{,}08$**

2.2. Vérifier que l'équation $f'(x) = 0$ n'admet pas de solution.

On résout $-0{,}0012x^2 + 0{,}0076x - 0{,}08 = 0$

$\Delta = 0{,}0076^2 - 4 \times (-0{,}0012) \times (-0{,}08) = 0{,}000058 - 0{,}000384 = -0{,}000326$

$\Delta < 0$, il n'y a donc pas de solution dans $\mathbb{R}$

2.3. Compléter le tableau de variations de f.

x	0	45
Signe de f'	–	
f	**35** ↘	**2,6**

2.4. Compléter le tableau de valeurs. Chaque résultat sera arrondi à 0,1.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$f(x)$	**35**	34,6	**34,2**	33,3	**31,7**	29,1	**25,2**	19,7	**12,3**	2,6

2.5. Tracer la courbe C représentative de la fonction f sur [0 ; 45] sur l'annexe.

2.6. Compléter l'ébauche du parapluie en construisant le symétrique de la courbe C par rapport à l'axe des ordonnées.