On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 4] par :

$$f(t) = -3{,}775\,t^2 + 20\,t + 65.$$

a) Calculer $f'(t)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

Corrigé

$f'(t) = 2 \times -3{,}775\ t + 20 =$ $\mathbf{-7{,}55\ t + 20}$

b) En déduire le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 4].

$f'(t) = 0$ pour $-7{,}55\ t + 20 = 0 \Rightarrow t = \dfrac{20}{7{,}55} \approx \mathbf{2{,}65}$

$f'(t) > 0$ pour $-7{,}55\ t + 20 > 0 \Rightarrow t < \dfrac{20}{7{,}55} \Rightarrow t < 2{,}65$

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 4].

t	0		$\frac{20}{7{,}55}$		4
Signe de f'(t)		**+**	**0**	**–**	
Variation de f	**65**	↗	**91,5**	↘	**84.6**

d) Compléter le tableau de valeurs situé en annexe (valeurs arrondies à 10^{-1}).

t	1	2	2,5	3	4
$f(t)$	**81,2**	**89,9**	**91,4**	**91**	**84,6**

e) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère situé en annexe 1.

2. a) Tracer la droite d'équation $y = -t + 88{,}6$ dans le repère situé en annexe 1.

b) Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = -t + 88{,}6$. Les traits de construction devront figurer sur le schéma. Les solutions seront arrondies au dixième.

Résoudre $f(t) = -t + 88{,}6$, c'est déterminer l'abscisse des points d'intersection de la courbe représentative de $f(t) = -3{,}775\,t^2 + 20\,t + 65$ et de la droite d'équation y = –t + 88,6 : $\mathbf{t_1 \approx 1{,}6}$ $\mathbf{t_2 \approx 4}$

c) On se propose de déterminer ces solutions plus précisément à l'aide d'un calcul. Pour cela, résoudre l'équation : $-3{,}775\,t^2 + 20\,t + 65 = -t + 88{,}6$.
On notera les solutions t_1 et t_2, avec $t_1 < t_2$. Leurs valeurs seront arrondies au centième.

$-3{,}775\,t^2 + 20\,t + 65 = -t + 88{,}6 \Rightarrow -3{,}775\,t^2 + 21\,t - 23{,}6 = 0$

$\Delta = 21^2 - 4 \times (-3{,}775) \times (-23{,}6) = 441 - 356{,}36 = 84{,}64$

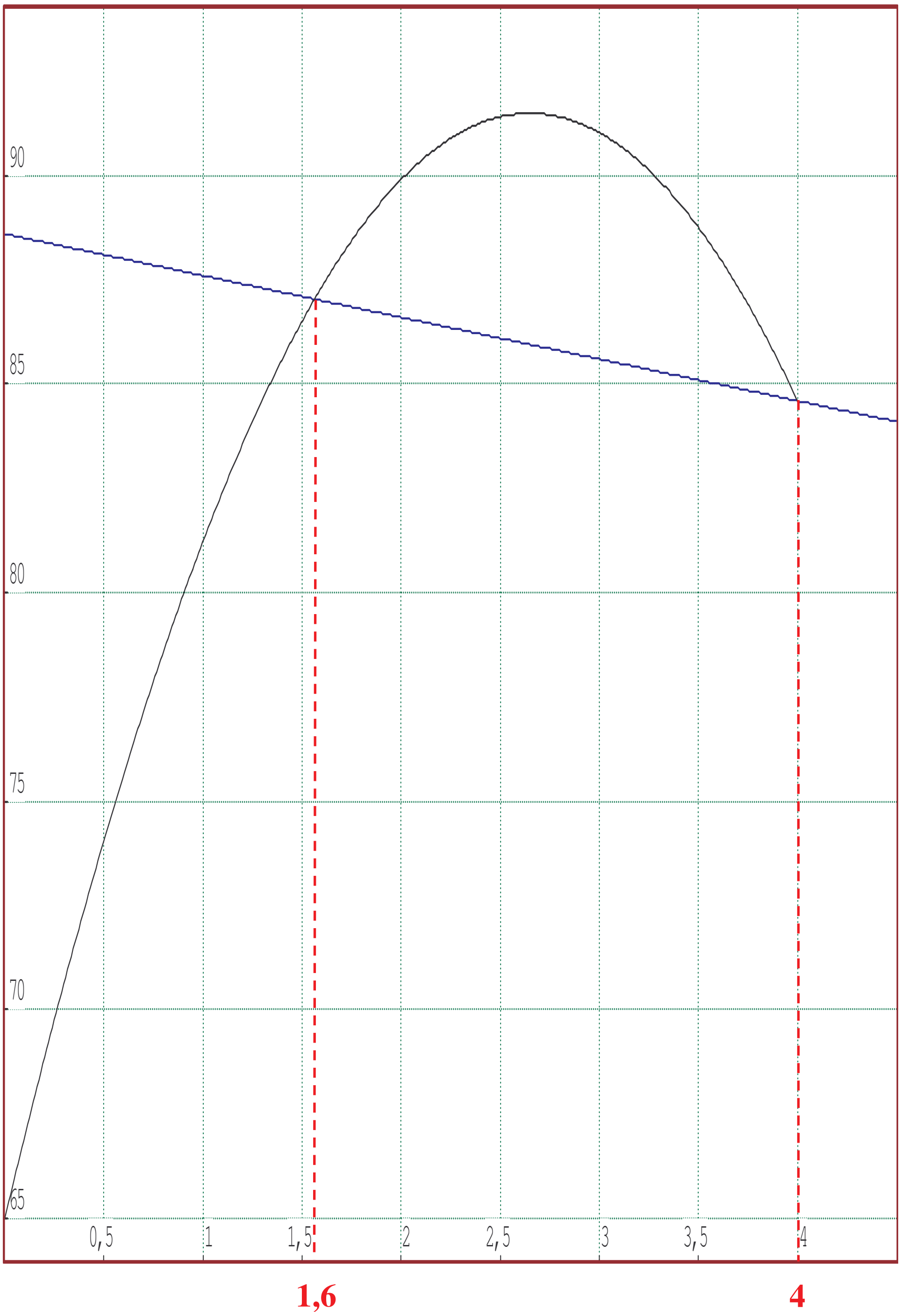
$t_1 = \dfrac{-21 + \sqrt{84{,}64}}{2 \times -3{,}775} \approx 1{,}56$; $t_2 = \dfrac{-21 - \sqrt{84{,}64}}{2 \times -3{,}775} = 4$

3. La phase correspondant à la stabilisation jusqu'à l'ouverture du parachute principal commence à l'instant t_1 et se termine à l'instant t_2.
Calculer la durée de cette phase arrondie au centième de seconde.

Durée de la phase : $t_2 - t_1 = 4 - 1{,}56 = \mathbf{2{,}44\ s}$

Bac pro Aéronautique 2005

Représentation graphique :



Corrigé

Etude de la surface totale à traiter pour une ailette qui s'adapte sur une canalisation de diamètre *d*.

On traite les ailettes contre la corrosion en les plongeant dans un bain.
Sachant que les deux faces et la tranche sont recouvertes, on considère que l'aire totale du dépôt est donnée en fonction du diamètre d de la canalisation par la relation :

$$S = 2{,}2\,d^2 + 14\,d - 5 \qquad \text{avec} \begin{cases} d \text{ en cm} \\ S \text{ en cm}^2 \end{cases}$$

1- Calculer l'aire pour $d = 8{,}5$.

$S = 2{,}2 \times 8{,}5^2 + 14 \times 8{,}5 - 5 =$ **272,95 cm²**

2- a) Résoudre l'équation : $\mathbf{2{,}2\,d^2 + 14\,d - 5 = 355}$ pour d appartenant à l'intervalle [5 ; 12].

$2{,}2\,d^2 + 14\,d - 5 = 355 \Rightarrow 2{,}2\,d^2 + 14\,d - 360 = 0$

Corrigé

$\Delta = 14^2 - 4x\ 2{,}2x\ (-360) = 3364$

$d_1 = \dfrac{-14 - \sqrt{3364}}{2 \times 2{,}2} = \mathbf{10}$; $d_2 = \dfrac{-14 + \sqrt{3364}}{2 \times 2{,}2} \approx \mathbf{16{,}36}$

Solution retenue $d_1 = 10$

b) En déduire le diamètre pour lequel l'aire totale du dépôt est égale à 355 cm².

Le diamètre pour lequel l'aire totale de dépôt est de 355 cm² est $d = 10$ cm

3- Soit f la fonction définie sur l'intervalle [5 ; 12] par $\mathbf{f(x) = 2{,}2\,x^2 + 14\,x - 5}$.

a) Compléter le tableau de valeurs.

x	5	6	7	8	9	10	11	12
valeurs de $f(x)$	**120**	158,2	**200,8**	247,8	**299,2**	355	**415,2**	479,8

Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.
Déterminer $f'(x)$ et étudier son signe dans l'intervalle [5 ; 12] .

$f'(x) = 2 \times 2{,}2x + 14 = 4{,}4x + 14$

$f'(x) = 0$ pour $4{,}4x + 14 = 0 \Rightarrow 4{,}4x = -14 \Rightarrow x = \dfrac{-14}{4{,}4}$

b) Compléter le tableau de variation.

x	5	12
signe de $f'(x)$	+	
variation de f	**120** ↗	**479,8**

c) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le plan rapporté au repère orthogonal de la page suivante.

4- a) Donner, en justifiant votre réponse, le diamètre pour lequel l'aire totale du dépôt est maximale sur l'intervalle [5 ; 12].

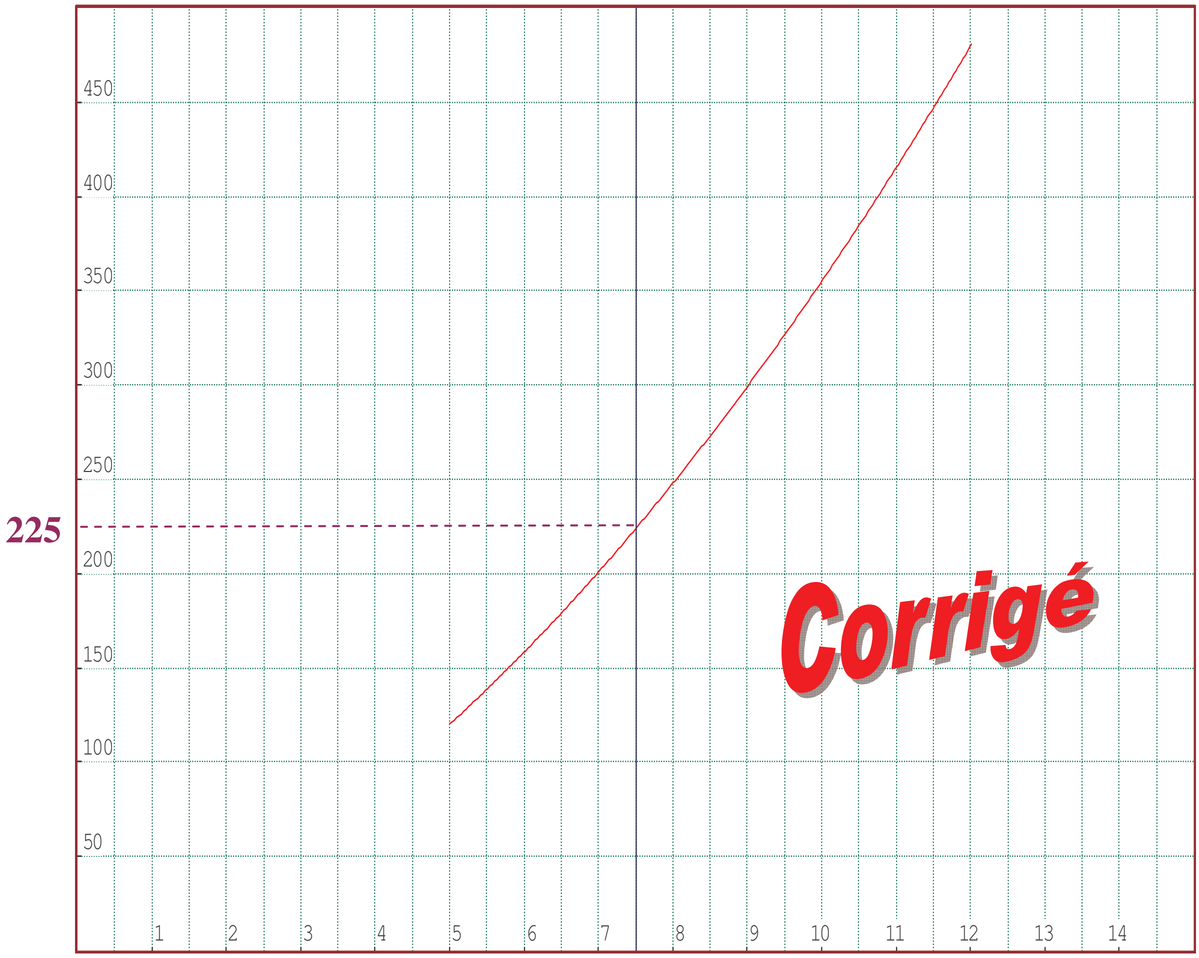
L'aire totale du dépôt est maximale pour d =12 cm (valeur de x pour laquelle $f(x)$ est maximale)

b) Déterminer graphiquement l'aire totale du dépôt à réaliser pour une ailette adaptable sur une canalisation de diamètre $d = 7{,}5$ cm.

L'aire du dépôt à réaliser pour d = 7,5 cm est de **225 cm²** (point d'intersection de d = 7,5 avec la courbe)

Bac pro Traitements de surfaces 2005

Représentation graphique de la fonction *f*.



Etude de la forme de la semelle du nouveau modèle.

Soit f la fonction définie sur $[-8;8]$ par $f(x)=0,4x^2$.

1) – Compléter le tableau de valeurs sur l'annexe 2.

x	– 8	– 6	– 4	– 2	– 1	0	1	2	4	6	8
$f(x) = 0,4x^2$	25,6	14,4	6,4	1,6	0,4	0	0,4	1,6	6,4	14,4	25,6

2) – Déterminer la fonction f' dérivée de la fonction f.

$f'(x) = 2 \times 0,4x =$ **$0,8x$**

Corrigé

3) – Résoudre $f'(x)=0$ et étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-8;8]$.

$f'(x) = 0$ pour $0,8x = 0 \Rightarrow x = 0$

$f'(x) > 0$ pour $x > 0$ ($x \in]0 ; 8]$) et $f'(x) < 0$ pour $x < 0$ ($x \in [-8 ; 0[$)

4) – Compléter le tableau de variations de la fonction f sur l'annexe 2.

x	– 8		0		8
Signe de $f'(x)$		–	0	+	
f	25,6	$\searrow$	0	$\nearrow$	25,6

5) – Tracer la courbe C_f représentative de la fonction f en utilisant le repère de l'annexe 2.
Echelle : axe des abscisses : 1cm pour une unité ; axe des ordonnées : 1 cm pour deux unités.

6) – Montrer que la tangente T à la courbe C_f au point H d'abscisse $x_0 = 2$ a pour équation : $y = 1,6x - 1,6$.

Équation générale de la tangente en un point d'une courbe : $y = f'(x_0)\,(x - x_0) + f(x_0)$

Équation de la tangente en "$x_0 = 2$" : $y = f'(2)\,(x - 2) + f(2)$

$f'(2) = 0,8 \times 2 = 1,6$; $f(2) = 1,6$ $\Rightarrow y = 1,6 \times (x - 2) + 1,6 \Rightarrow y = 1,6x - 3,2 + 1,6$ $\Rightarrow$ **$y = 1,6x - 1,6$**

7) – Placer H et tracer cette tangente en utilisant le repère de l'annexe (2). **H (2 ; 1,6)**

8) –

a) Nommer l'axe de symétrie de la courbe C_f dans le repère page suivante.

L'axe des ordonnées y'Oy est axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction $f(x)$. On peut aussi le démontrer en utilisant le fait que la fonction $f(x)$ est paire [$f(x) = f(-x)$].

b) Construire la droite T' symétrique de la tangente T par rapport à l'axe des ordonnées.

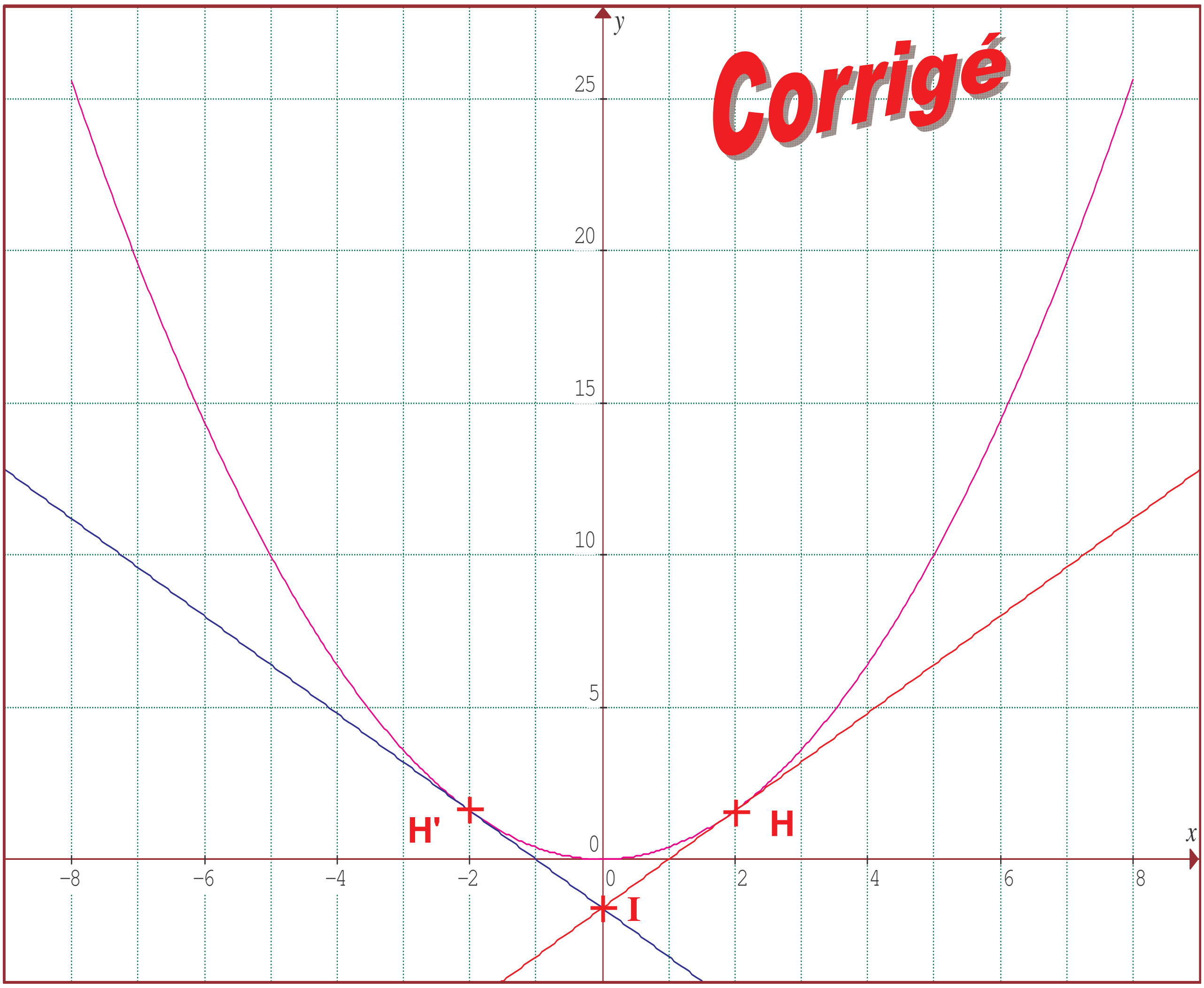
c) Donner l'abscisse du point de contact H' de T' et de C_f.

Le point de contact H' de T' et de C_f a pour coordonnées : **H' (–2 ; 1,6). H' a pour abscisse –2**

9) – Déterminer graphiquement les coordonnées du point I intersection des droites T et T'.

T' étant symétrique à T par rapport à y'Oy alors T' aura la même ordonnée à l'origine (b = –1,6) donc T 'et T se couperont sur y'Oy, I aura pour coordonnées **I (0 ; –1,6)**

Bac pro MAEMC Juin 2005 AGPF



y
Corrigé
25
20
15
10
5
0
x
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
H'
H
I