Extrait Sujet N° 01 : La cavité recevant les clignotants de ce véhicule a la forme d'une pyramide de base triangulaire ABC et de sommet S.

1) Dans le repère orthonormé ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) d'unité 1 cm de l'annexe 2, compléter le modèle de la pyramide sachant que les coordonnées des points sont :

   A (0 ; 2 ; 0) ; B (1 ; 8 ; 0) ; C (3 ; 2 ; 0) et S (3 ; 2 ; 6)

2) Calculer les longueurs des segments SB, SC, BC au centième.

$$\vec{SB}\begin{pmatrix}1-3\\8-2\\0-6\end{pmatrix}\quad \vec{SB}\begin{pmatrix}-2\\6\\-6\end{pmatrix}\text{ donc } SB=\sqrt{(-2)^2+6^2+(-6)^2}=\sqrt{76}\approx 8{,}72$$

$$\vec{SC}\begin{pmatrix}3-3\\2-2\\0-6\end{pmatrix}\quad \vec{SC}\begin{pmatrix}0\\0\\-6\end{pmatrix}\text{ donc } SC=\sqrt{0^2+0^2+(-6)^2}=6$$

$$\vec{BC}\begin{pmatrix}3-1\\2-8\\0-0\end{pmatrix}\quad \vec{BC}\begin{pmatrix}2\\-6\\0\end{pmatrix}\text{ donc } BC=\sqrt{2^2+(-6)^2+0^2}=\sqrt{40}\approx 6{,}32$$

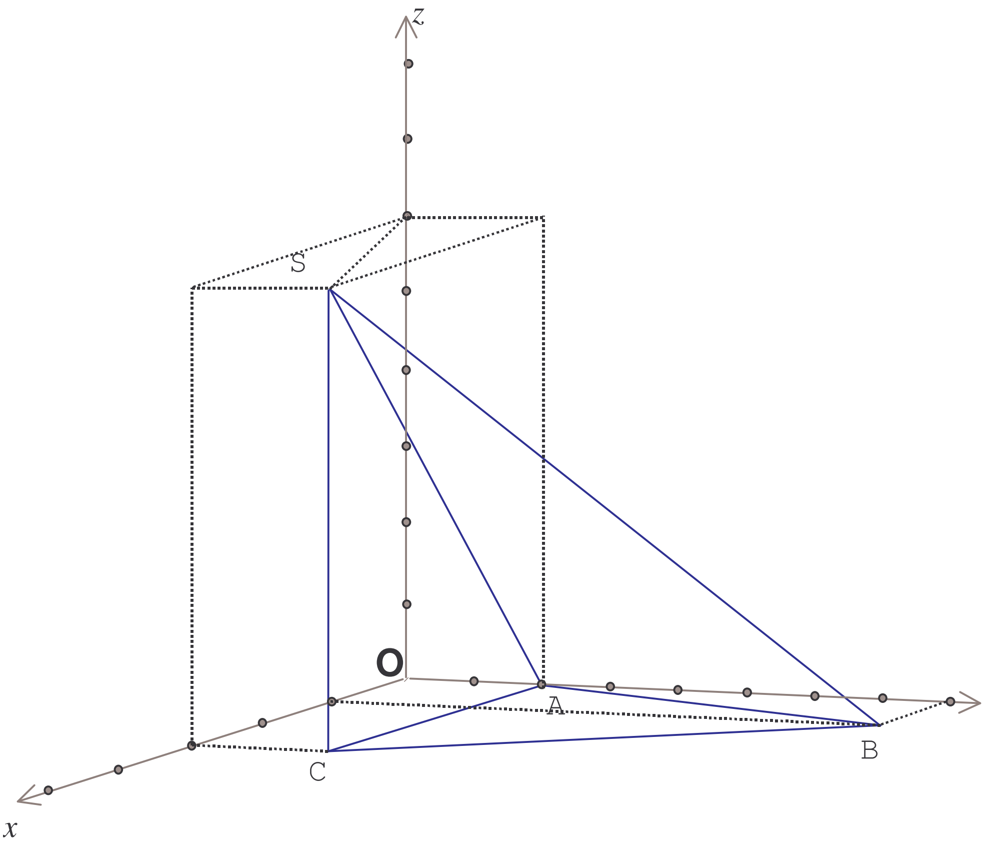
Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{BSC}$ au degré près.

$$\vec{SB}.\vec{SC} = xx' + yy' + zz' = (-2) \times 0 + 6 \times 0 + (-6) \times (-6) = 36$$

$$\vec{SB}.\vec{SC} = SB \times SC \times \cos\widehat{BSC} = 36 \Rightarrow \cos\widehat{BSC} = \frac{36}{8{,}72 \times 6} = 0{,}688 \Rightarrow \widehat{BSC} = 47° \text{ par excès ou } 46° \text{ par défaut}$$

Bac pro MAVP 2003 Nouvelle Calédonie

Annexe 2 (à rendre avec la copie)



Extrait Sujet N° 02 :

1°) Considérons les points A, B et C d'un plan, repérés par leurs coordonnées dans un repère ortho normal.

	x	*y*
A	?	?
B	–13	–7,5
C	13	–7,5

Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est défini par : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}13\\-22,5\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C - x_A\\y_C - y_A\end{pmatrix}$

a. Déterminer les coordonnées du point A : $\begin{pmatrix}13 = 13 - x_A\\-22,5 = -7,5 - y_A\end{pmatrix}$ $A\begin{pmatrix}x_A = 13 - 13\\y_A = -7,5 + 22,5\end{pmatrix}$ $A\begin{pmatrix}0\\15\end{pmatrix}$

b. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-13 - 0\\-7,5 - 15\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\mathbf{-13}\\\mathbf{-22,5}\end{pmatrix}$$

c. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$

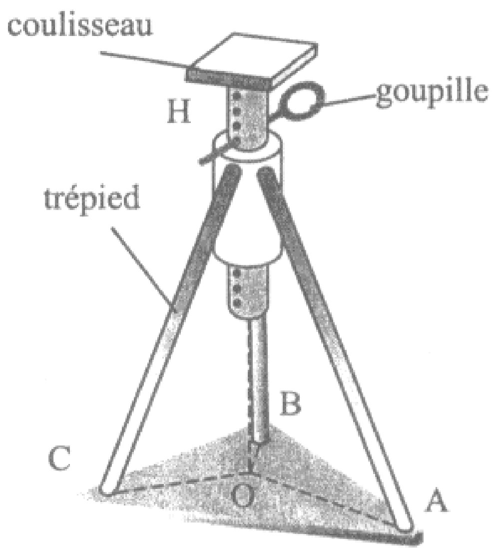
$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}13 - (-13)\\-7,5 - (-7,5)\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}\mathbf{26}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}$$

d. Calculer la norme (longueur) du vecteur $\overrightarrow{BC}$

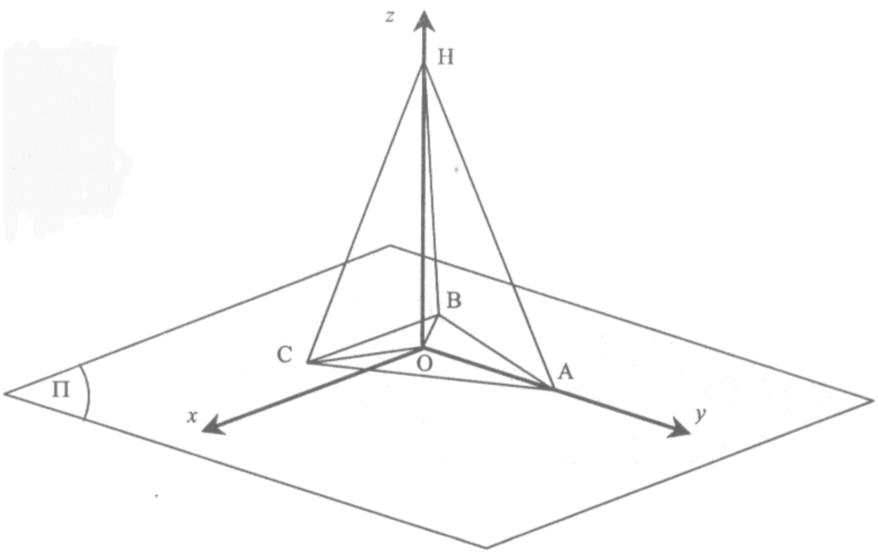
$$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{26^2 + 0^2} = \mathbf{26}$$

2°) Plaçons nous dans l'espace.

Une chandelle, utilisée pour soutenir une automobile est constituée d'un trépied ABCH et d'un coulisseau réglable en hauteur par l'intermédiaire d'une goupille.



La chandelle est schématisée dans l'espace et représentée dans un repère orthonormé (O, $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$). Les points A, B, C et H sont repérés par leurs coordonnées.



A	A(? ; ? ; 0)
B	B(−13 ; −7,5 ; 0)
C	C((13 ; −7,5 ; 0)
H	H(0 ; 0 ; 40)

a. Vérifier que les vecteurs $\overrightarrow{BH}$ et $\overrightarrow{CH}$ ont pour coordonnées respectives :

$\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}13\\7{,}5\\40\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-13\\7{,}5\\40\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}0-(-13)\\0-(-7{,}5)\\40-0\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}13\\7{,}5\\40\end{pmatrix}} \qquad \overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}0-13\\0-(-7{,}5)\\40-0\end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-13\\7{,}5\\40\end{pmatrix}}$$

b. Calculer le produit scalaire des vecteurs $\overrightarrow{BH}$ et $\overrightarrow{CH}$

$$\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{CH} = = xx' + yy' + zz' = 13 \text{ x } (-13) + 7{,}5 \text{ x } 7{,}5 + 40 \text{ x } 40 = -169 + 56{,}25 + 1600 = \mathbf{1487{,}25}$$

c. Démontrer que les normes des vecteurs $\overrightarrow{BH}$ et $\overrightarrow{CH}$ sont égales et que leur mesure arrondie au centième est 42,72

$$\|\overrightarrow{BH}\| = \sqrt{13^2 + 7{,}5^2 + 40^2} = \sqrt{169 + 56{,}25 + 1600} = \sqrt{1825{,}25}$$

$$\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{13^2 + 7{,}5^2 + 40^2} = \sqrt{169 + 56{,}25 + 1600} = \sqrt{1825{,}25}$$

$$\sqrt{1825{,}25} \approx 42{,}722945 \quad \Rightarrow BH = CH = 42{,}72$$

d. En utilisant une expression du produit scalaire, calculer la mesure de l'angle $\widehat{BHC}$ (au degré près)

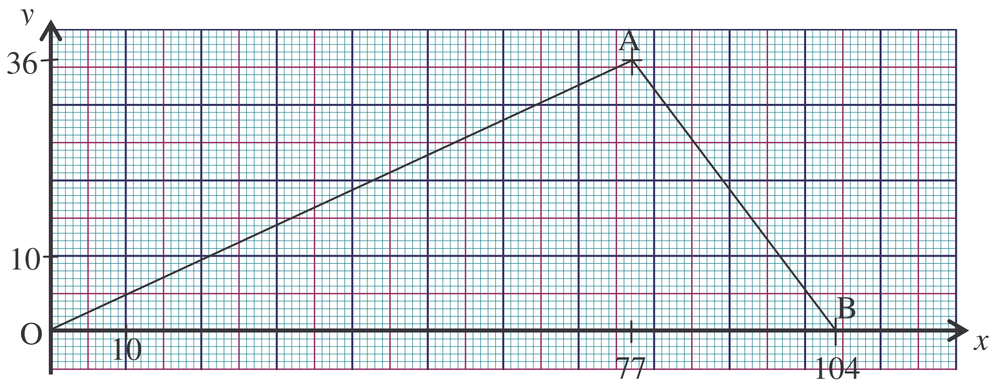
$$\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{CH} = \|\overrightarrow{BH}\| \text{ x } \|\overrightarrow{CH}\| \text{ x } \cos \widehat{BHC} \Rightarrow \cos \widehat{BHC} = \frac{\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{CH}}{\|\overrightarrow{BH}\| \text{ x } \|\overrightarrow{CH}\|} = 1487{,}25/1825{,}25 = 0{,}81482$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\widehat{BHC} \approx 35°}$$

Bac pro Carrossier 2001

Extrait Sujet N° 03 : Un moteur est suspendu à un palan à l'aide d'une chaîne et de trois manilles en O, A et B.
L'objectif du problème est de déterminer la valeur de l'angle et de vérifier le respect d'une consigne de sécurité associée à ce montage.

Pour une modélisation de ce problème, on considère le repère ortho normal d'origine O, d'axes (Ox) et (Oy) tel que les points A et B ont respectivement pour coordonnées (77 ; 36) et (104 ; 0).
L'unité graphique de ce repère représente 1 mm dans la réalité.



1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}0-77\\0-36\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}\mathbf{-77}\\\mathbf{-36}\end{pmatrix}\qquad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}104-77\\0-36\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\mathbf{27}\\\mathbf{-36}\end{pmatrix}$$

2) Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{AO}$.

$$\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{(-77)^2+(-36)^2} = \sqrt{5929+1296} = \sqrt{7225} = \mathbf{85}$$

Pour la suite du problème on considère que : $\|\overrightarrow{AO}\| = 85$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = 45$.
3) Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}$ est égal à – 783.

$$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB} = = xx' + yy' = (-77) \times 27 + (-36) \times (-36) = -2079 + 1296 = \mathbf{-783}$$

4) Montrer que la valeur arrondie à 10^{-3} de $\cos\widehat{OAB}$ est égale à – 0,205.

$$\cos\widehat{OAB} = \frac{\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{AB}\|} = \frac{-783}{85 \times 45} = \frac{-783}{3825} = \mathbf{-0{,}205}$$

5) En déduire la valeur de l'angle $\widehat{OAB}$ (arrondir au degré).

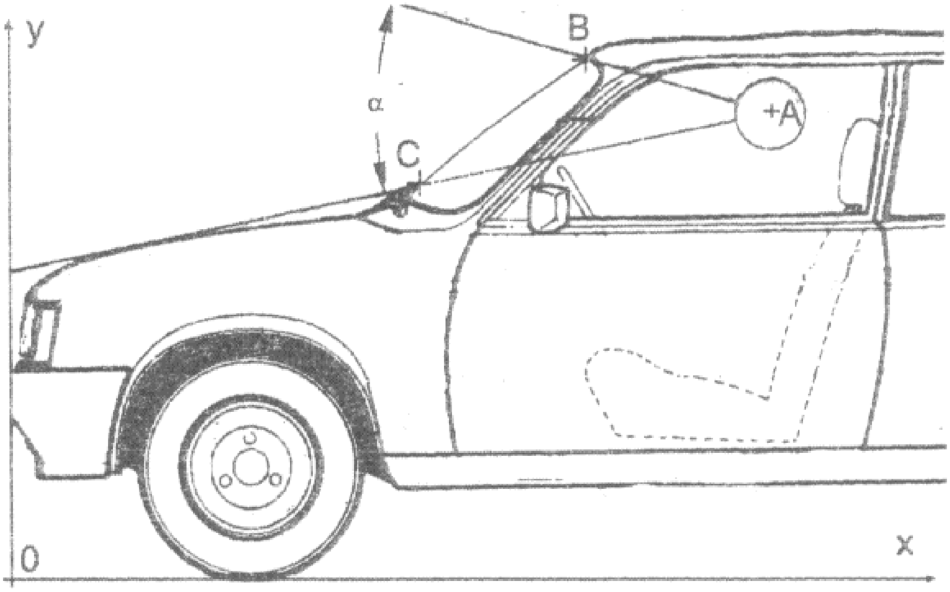
$\widehat{OAB} = 101{,}81° = \mathbf{102°}$

6) Compte tenu des caractéristiques de la chaîne et des efforts fournis sur celle-ci, la consigne de sécurité stipule que la valeur de l'angle $\widehat{OAB}$ doit être inférieur à 100°.
Conclure.

L'angle $\widehat{OAB}$ est trop grand (102° > 100°), la chaîne risque de casser. Pour réduire $\widehat{OAB}$, on peut rapprocher les points d'attache ou prendre une chaîne plus longue.

Bac pro MEMATPPJ 2002

Extrait Sujet N° 04 :



La visibilité est l'un des paramètres de sécurité pour la conduite automobile.

L'angle vertical α de visibilité à l'avant dépend du pare brise du véhicule mais aussi de la taille du conducteur, de sa position assise, du réglage de son siège.

L'angle de visibilité peut se déterminer à l'aide des 3 points A, B et C définis sur le schéma.

On considère dans un repère orthonormé ces trois points tels que :

A(210 ; 120) ; B(170 ; 135) ; C(110 ; 90)

NB : le dessin ne respecte pas d'échelle particulière.

1°) Montrer que les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont (–40 ; 15) et celles de $\overrightarrow{AC}$ sont (–100 ; –30)

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}170-210\\135-120\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\mathbf{-40}\\\mathbf{15}\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}110-210\\90-120\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}\mathbf{-100}\\\mathbf{-30}\end{pmatrix}$

2°) Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$, à l'unité près.

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-40)^2 + 15^2} = \sqrt{1600 + 225} = \sqrt{1825} \approx \mathbf{43}$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-100)^2 + (-30)^2} = \sqrt{10000 + 900} = \sqrt{10900} \approx \mathbf{104}$

3°) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = xx' + yy' = (-40) \times (-100) + 15 \times (-30) = 4000 - 450 = 3550$

4°) En déduire la mesure au degré près de l'angle vertical de visibilité $\alpha = \widehat{BAC}$

$\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\|} = \dfrac{3550}{43 \times 104} = 3550/4472 = 0{,}7938 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha \approx 37°}$

Bac pro Carrossier 2003