Exercices vecteurs extraits sujets de bac pro 2008

1) Etude de vecteurs

1. Sur le repère de **l'annexe 1 page suivante,** placer les points P, Q et R.

P (12 ; 3) Q (3 ; 1,5) R (0,5 ; 4)

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$.

$\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} 3-12 \\ 1,5-3 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} -9 \\ -1,5 \end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix} x_R - x_P \\ y_R - y_P \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix} 0,5-12 \\ 4-3 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix} -11,5 \\ 1 \end{pmatrix}}$

3. Sur le repère de **l'annexe 1**, tracer les vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$

4. Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{PQ}.\overrightarrow{PR}$ est égal à 102.

$\overrightarrow{PQ}\,.\,\overrightarrow{PR} = x\,x' + y\,y' \Rightarrow \overrightarrow{PQ}\,.\,\overrightarrow{PR} = (-9)\times(-11,5) + (-1,5)\times 1 \Rightarrow \overrightarrow{PQ}\,.\,\overrightarrow{PR} = 103,5 - 1,5$

$\Rightarrow$ $\boldsymbol{\overrightarrow{PQ}\,.\,\overrightarrow{PR} = 102}$

5. Calculer la norme des vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$. Arrondir les valeurs au dixième.

$\|\overrightarrow{PQ}\| = \sqrt{(-9)^2 + (-1,5)^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{PQ}\| = \sqrt{81 + 2,25} \Rightarrow \|\overrightarrow{PQ}\| = \sqrt{83,25} \Rightarrow$ $\boldsymbol{\|\overrightarrow{PQ}\| \approx 9,1}$

$\|\overrightarrow{PR}\| = \sqrt{(-11,5)^2 + 1^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{PR}\| = \sqrt{132,25 + 1} \Rightarrow \|\overrightarrow{PR}\| = \sqrt{133,25} \Rightarrow$ $\boldsymbol{\|\overrightarrow{PR}\| \approx 11,5}$

6. Calculer cos $\widehat{(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR})}$. Arrondir la valeur au millième.

$\overrightarrow{PQ}\,.\,\overrightarrow{PR} = \|\overrightarrow{PQ}\| \times \|\overrightarrow{PR}\| \times \cos \widehat{\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}} \Rightarrow \cos \widehat{\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}} = \dfrac{\overrightarrow{PQ}\,.\,\overrightarrow{PR}}{\|\overrightarrow{PQ}\| \times \|\overrightarrow{PR}\|} \Rightarrow$

$\cos \widehat{\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}} = \dfrac{102}{9,1 \times 11,5} \Rightarrow \cos \widehat{\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}} = \dfrac{102}{104,65} \Rightarrow$ $\boldsymbol{\cos \widehat{\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}} \approx 0,975}$

7. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{(\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR})}$. Arrondir la valeur à l'unité.

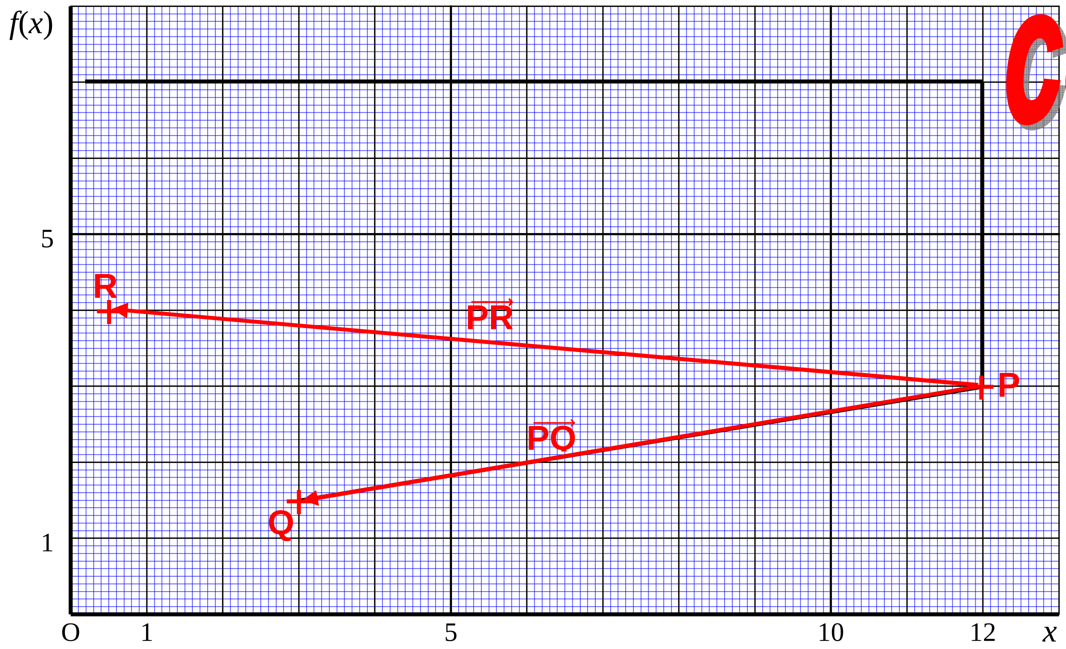
$\boldsymbol{\widehat{\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}} \approx 13°}$

8. Pour donner l'ampleur nécessaire à la manche du kimono, il faut que la mesure de l'angle $\widehat{QPR}$ soit supérieure à 10°.
Préciser si la mesure de l'angle est satisfaisante ou non. Justifier la réponse.

13 > 10, La mesure de l'angle est satisfaisante

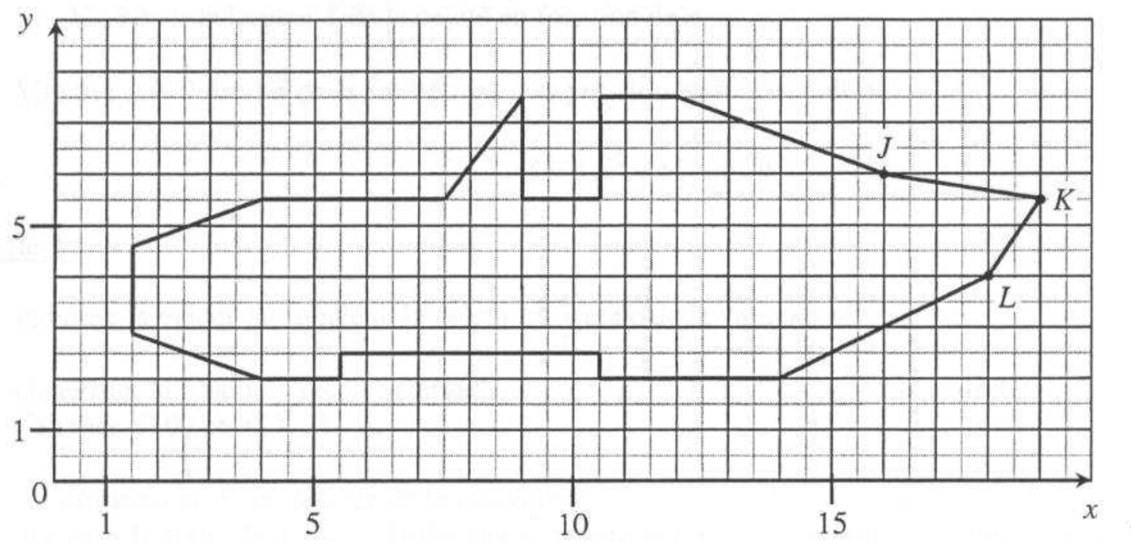
Annexe 1

Corrigé



Bac pro AMA VAM Juin 2008

2) Le plan de la carlingue d'un avion (jouet) est schématisé dans le repère orthonormal ci-dessous.



Pour pouvoir intégrer la dérive (gouvernail de direction situé à l'arrière de l'avion) sur la carlingue, la mesure e l'angle $\widehat{JKL}$ doit être inférieure à 70°.

1. A l'aide du schéma précédent, déterminer les coordonnées des points J, K, et L.

J(16 ;6) **K(19 ;5,5)** **L(18 ;4)**.

2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{KJ}$ et $\overrightarrow{KL}$ puis le produit scalaire $\overrightarrow{KJ}.\overrightarrow{KL}$.

$$\overrightarrow{KJ}\begin{pmatrix} x_J - x_K \\ y_J - y_K \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{KJ}\begin{pmatrix} 16-19 \\ 6-5{,}5 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{KJ}\begin{pmatrix} -3 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix} x_L - x_K \\ y_L - y_K \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{KL}\begin{pmatrix} 18-19 \\ 4-5{,}5 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{KL}\begin{pmatrix} -1 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KL} = x\,x' + y\,y' \Rightarrow \overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KL} = (-3)\times(-1) + 0{,}5 \times (-1{,}5) \Rightarrow \overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KL} = 3 - 0{,}75 \Rightarrow$

$\mathbf{\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KL} = 2{,}25}$

3. Calculer les normes des vecteurs $\overrightarrow{KJ}$ et $\overrightarrow{KL}$. Arrondir les résultats au dixième.

$\|\overrightarrow{KJ}\| = \sqrt{(-3)^2 + 0{,}5^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{KJ}\| = \sqrt{9 + 0{,}25} \Rightarrow \|\overrightarrow{KJ}\| = \sqrt{9{,}25} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{KJ}\| \approx 3}$

$\|\overrightarrow{KL}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-1{,}5)^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{KL}\| = \sqrt{1 + 2{,}25} \Rightarrow \|\overrightarrow{KL}\| = \sqrt{3{,}25} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{KL}\| \approx 1{,}8}$

4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{JKL}$ arrondie au degré. Pourra-t-on poser la dérive ?

$\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KL} = \|\overrightarrow{KJ}\| \times \|\overrightarrow{KL}\| \times \cos \widehat{JKL} \Rightarrow \cos \widehat{JKL} = \dfrac{\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KL}}{\|\overrightarrow{KJ}\| \times \|\overrightarrow{KL}\|} \Rightarrow \cos \widehat{JKL} = \dfrac{2{,}25}{3 \times 1{,}8} \Rightarrow$

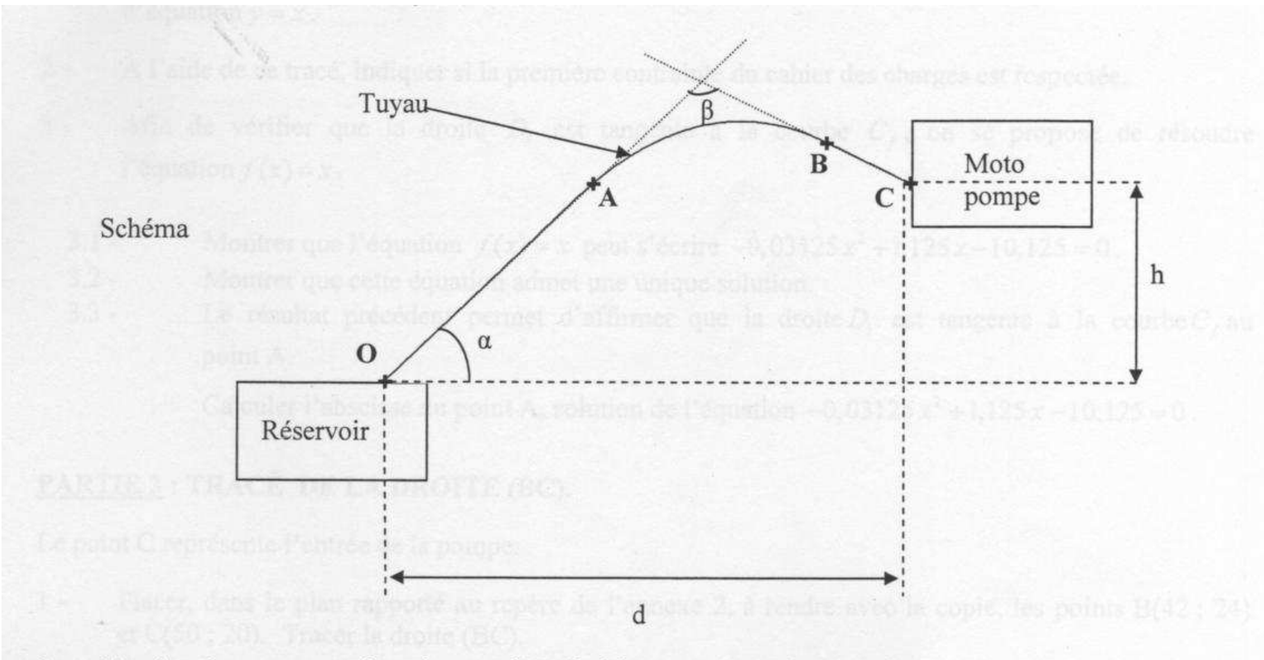
$\cos \widehat{JKL} = \dfrac{2{,}25}{5{,}4} \Rightarrow \cos \widehat{JKL} \approx 0{,}417 \Rightarrow \mathbf{\widehat{JKL} \approx 65°}$

Corrigé

L'angle doit être inférieure à 70°, 65 < 70, on pourra donc poser la dérive

<u>Bac pro Technicien d'usinage Juin 2008</u>

3) Un bureau d'étude s'est vu confier la conception d'un tuyau rigide en remplacement du flexible défectueux. Le profil du tuyau est schématisé ci-dessous.



L'objectif de cette partie est de déterminer l'angle $(\widehat{\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BC}})$.

On rappelle : A(18 ; 18), B(42 ; 24) et C(50 ; 20).

On donne $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix} -18 \\ -18 \end{pmatrix}$

1- Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 50 - 42 \\ 20 - 24 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}}$

2- En déduire la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{BC}$ en détaillant les calculs.

$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC} = x\,x' + y\,y' \Rightarrow \overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC} = (-18)\times 8 + (-18)\times(-4) \Rightarrow \overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC} = -144 + 72 \Rightarrow$

$\mathbf{\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC} = -72}$

3- Calculer les normes $\|\overrightarrow{AO}\|$ et $\|\overrightarrow{BC}\|$ des vecteurs $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{BC}$. Arrondir les résultats au centième.

$\|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{(-18)^2 + (-18)^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{324 + 324} \Rightarrow \|\overrightarrow{AO}\| = \sqrt{628} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{AO}\| \approx 25,46}$

$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{8^2 + (-4)^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{64 + 16} \Rightarrow \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{80} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{BC}\| \approx 8,94}$

4- Pour la suite du problème, on prendra : $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{BC} = -72$, $\|\overrightarrow{AO}\| = 25,5$ et $\|\overrightarrow{BC}\| = 8,9$.

4.1- Déterminer la valeur de $\cos(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BC}})$. Arrondir le résultat au millième.

$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC} = \|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{BC}\| \times \cos\left(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BC}}\right) \Rightarrow \cos\left(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BC}}\right) = \dfrac{\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{AO}\| \times \|\overrightarrow{BC}\|}$

$\cos\left(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BC}}\right) = \dfrac{-72}{25,5\times 8,9} \Rightarrow \cos\left(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BC}}\right) = \dfrac{-72}{226,95} \Rightarrow \mathbf{\cos\left(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BC}}\right) \approx -0,317}$

4.2- En déduire une valeur de β en degré, arrondie au dixième.

$\beta = \left(\widehat{\overrightarrow{AO},\overrightarrow{BC}}\right) = 108,5°$

Corrigé

Bac pro Maintenance des équipements industriels Juin 2008