Exercices vecteurs extraits sujets de **Bac pro** *2007*

Exercice 1

Modèle

Lanières

Pour éviter la déformation de l'encolure, on maintient celle-ci au moyen de lanières comme indiqué sur la photo ci-contre.

Soient les points : B (– 10 ; 60) ; D (10 ; 60) ; K (5 ; 50) et L (– 5 ; 50).

2.1. Placer les points K et L puis tracer les segments [LD] et [BK]

sur le repère de **l'annexe** .

2.2. On note M le point d'intersection des segments [LD] et [BK] ; son abscisse est 0 et on prend 53 comme valeur approchée de son ordonnée.

Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MD}$ et $\overrightarrow{MK}$.

$\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix} x_D - x_M \\ y_D - y_F \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix} 10 - 0 \\ 60 - 53 \end{pmatrix}$ $\mathbf{\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix} 10 \\ 7 \end{pmatrix}}$

Corrigé

$\overrightarrow{MK}\begin{pmatrix} x_K - x_M \\ y_K - y_M \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{MK}\begin{pmatrix} 5 - 0 \\ 50 - 53 \end{pmatrix}$ $\mathbf{\overrightarrow{MK}\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}}$

2.3. Calculer les normes $\|\overrightarrow{MD}\|$ et $\|\overrightarrow{MK}\|$. Arrondir les valeurs au dixième.

$\|\overrightarrow{MD}\| = \sqrt{10^2 + 7^2} = \mathbf{12{,}2}$

$\|\overrightarrow{MK}\| = \sqrt{5^2 + (-3)^2} = \mathbf{5{,}8}$

2.4. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MK}$.

$\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MK} = 10 \times 5 + 7 \times (-3) \Rightarrow \mathbf{\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MK} = 29}$

2.5. Calculer, en degré, la mesure de l'angle $\widehat{DMK}$ Arrondir la valeur à l'unité.

$\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MK} = \|\overrightarrow{MD}\| \times \|\overrightarrow{MK}\| \times \cos(\overrightarrow{MD}; \overrightarrow{MK}) \Rightarrow 29 = 12{,}2 \times 5{,}8 \times \cos(\overrightarrow{MD}; \overrightarrow{MK})$

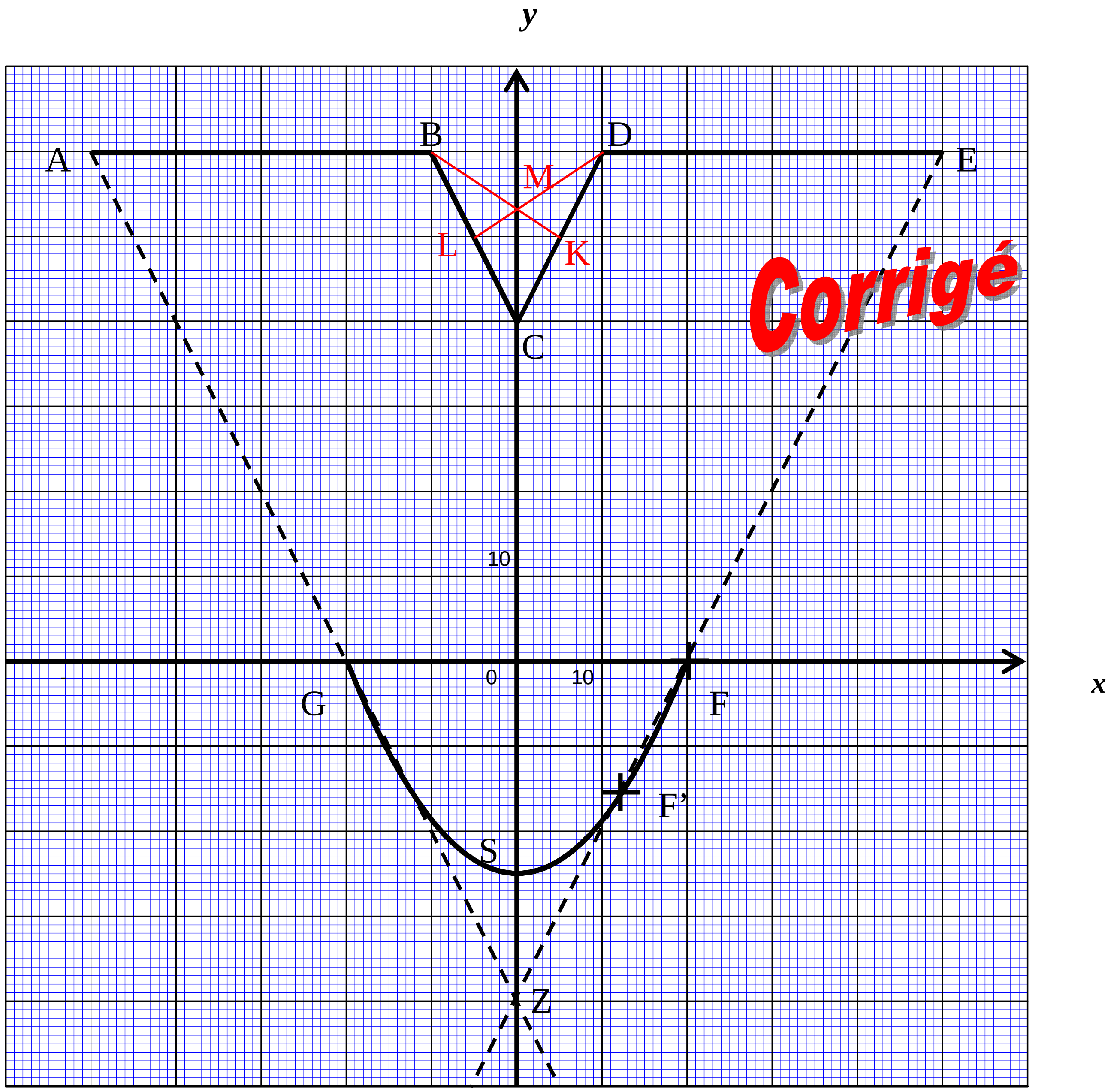
$\cos(\overrightarrow{MD}; \overrightarrow{MK}) = \dfrac{29}{70{,}76} \Rightarrow \cos(\overrightarrow{MD}; \overrightarrow{MK}) = 0{,}4098$

$(\overrightarrow{MD}; \overrightarrow{MK}) = \widehat{DMK} = 65{,}8 \Rightarrow \mathbf{\widehat{DMK} = 66°}$

2.6. Une contrainte esthétique impose que l'angle $\widehat{DMK}$ soit compris entre 60° et 70°.

La contrainte est-elle respectée ? Justifier la réponse.

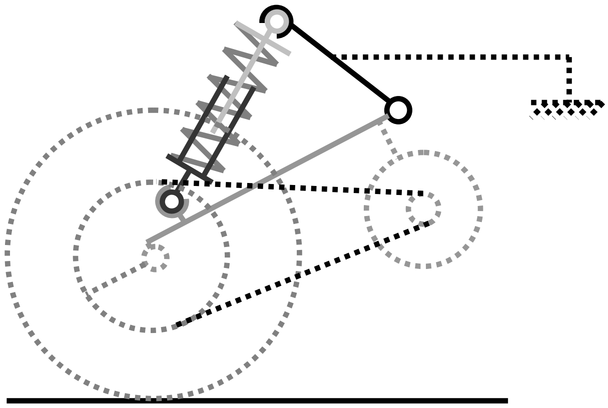
La contrainte est respectée puisque l'angle $\widehat{DMK}$ (66°) est compris entre 60° et 70°



<u>D'après Bac pro Artisanat et métiers d'art option vêtement et accessoires de mode Juin 2007</u>

Exercice 2

On considère le triangle de suspension **du scootcar** :



Le triangle de suspension du scootcar est assimilable à un triangle quelconque ABC :

Corrigé

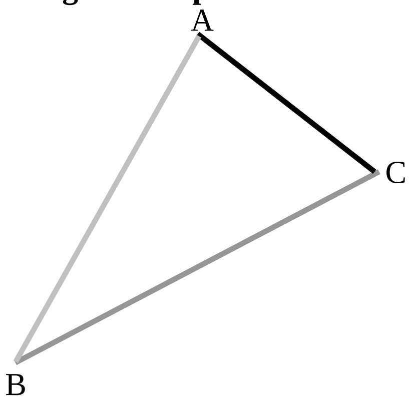


Figure n° 1 : Position correspondant à la longueur maximale du ressort de suspension

Données :

BC = 250 mm
AC = 100 mm

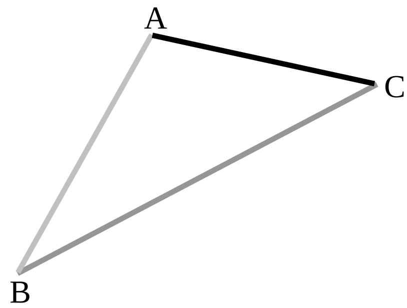


Figure n° 2 : Position correspondant à la longueur minimale du ressort de suspension

Les figures ne sont pas à l'échelle.

4.1. Calculer, en mm, la longueur maximale *BA* du ressort en prenant $\widehat{BCA}$ = 85°. Arrondir le résultat à l'unité.

$BA^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \times AC \times BC \times \cos(\widehat{ACB}) \Rightarrow BA^2 = 100^2 + 250^2 - 2 \times 100 \times 250 \times \cos 85°$

$BA^2 = 10\,000 + 62\,500 - 50\,000 \times 0{,}087 \Rightarrow BA^2 = 72\,500 - 4357{,}79 \Rightarrow BA^2 = 68\,142{,}2$

$BA = \sqrt{68\,142{,}2} \Rightarrow$ **$BA = 261$**

4.2. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA}$. Le produit scalaire des deux vecteurs est : $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}$ = 46 127.

4.2.1. Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}$ en fonction de $\|\overrightarrow{BC}\|$, $\|\overrightarrow{BA}\|$ et de l'angle orienté ($\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$).

$\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA} = \|\overrightarrow{BC}\| \times \|\overrightarrow{BA}\| \times \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$

4.2.2. Calculer, en mm, la longueur minimale *BA* du ressort sachant que la mesure de ($\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$) est $\widehat{ABC}$ = 33°. Arrondir le résultat à l'unité.

D'après l'expression précédente : **$46\,127 = 250 \times \|\overrightarrow{BA}\| \times \cos 33°$**

$\|\overrightarrow{BA}\| = \dfrac{46\ 127}{250 \times \mathbf{cos\ 33°}} \Rightarrow \|\overrightarrow{BA}\| = \dfrac{46\ 127}{250 \times 0{,}8387} \Rightarrow \|\overrightarrow{BA}\| = \dfrac{46\ 127}{209{,}67} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{BA}\| = 220}$

4.3. En utilisant les résultats précédents, calculer l'allongement du ressort de la suspension.

Allongement du ressort de la suspension : 261 – 220 = **41 mm**

D'après Bac pro Électrotechnique Énergie Équipements Communicants Juin 2007

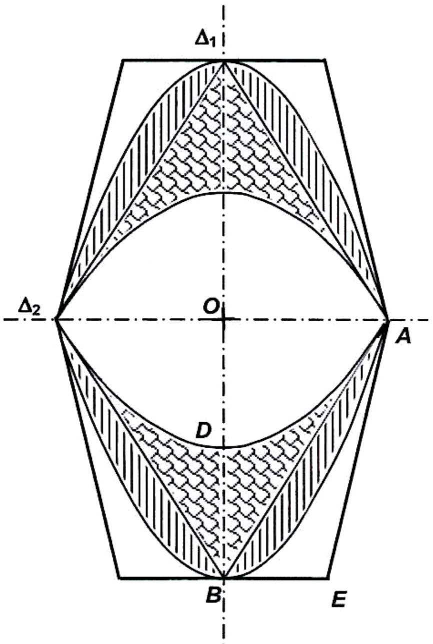
Exercice 3

Avant de procéder à la découpe du plateau, l'artisan confectionne un patron en carton sur lequel il va vérifier différentes mesures (longueurs, angles).

On rappelle que A (6 ; 0), B (0 ; - 9) et E (3 ; - 9).

Corrigé

1- Calcul de la valeur du produit scalaire.



1.1 - Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{EB}$.

$\overrightarrow{EA}\begin{pmatrix} x_A - x_E \\ y_A - y_E \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EA}\begin{pmatrix} 6-3 \\ 0-(-9) \end{pmatrix}$ $\mathbf{\overrightarrow{EA}\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix} x_B - x_E \\ y_B - y_E \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix} 0-3 \\ (-9)-(-9) \end{pmatrix}$ $\mathbf{\overrightarrow{EB}\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}}$

1.2 - Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{EA}.\ \overrightarrow{EB}$ est égal à – 9.

$\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB} = x \times x' + y \times y' \Rightarrow \overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB} = 3 \times (-3) + 9 \times 0$

$\Rightarrow \mathbf{\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB} = -9}$

2 - Calculs d'angles

2.1 - Calculer la norme $\|\overrightarrow{EB}\|$.

$\|\overrightarrow{EB}\| = \sqrt{(-3)^2 + 0^2} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{EB}\| = 3}$

2.2 - Montrer que la norme $\|\overrightarrow{EA}\|$ a pour valeur exacte $3\sqrt{10}$

$\|\overrightarrow{EA}\| \sqrt{3^2 + 9^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{EA}\| = \sqrt{90} \Rightarrow \|\overrightarrow{EA}\| = \sqrt{9 \times 10} \Rightarrow \|\overrightarrow{EA}\| = \sqrt{9} \times \sqrt{10} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{EA}\| = 3\sqrt{10}}$

2.3 - En utilisant le formulaire, montrer que cos $(\overrightarrow{EA} ; \overrightarrow{EB}) = \dfrac{-1}{\sqrt{10}}$

$\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB} = \|\overrightarrow{EA}\| \times \|\overrightarrow{EB}\| \times \cos(\overrightarrow{EA} ; \overrightarrow{EB}) \Rightarrow -9 = 3\sqrt{10} \times 3 \times \cos(\overrightarrow{EA} ; \overrightarrow{EB})$

$\cos(\overrightarrow{EA} ; \overrightarrow{EB}) = \dfrac{-9}{3\sqrt{10} \times 3} \Rightarrow \cos(\overrightarrow{EA} ; \overrightarrow{EB}) = \dfrac{-9}{9\sqrt{10}} \Rightarrow \mathbf{\cos(\overrightarrow{EA} ; \overrightarrow{EB}) = \dfrac{-1}{\sqrt{10}}}$

2.4 - En déduire, en degré, la valeur arrondie à 0,1 de l'angle $\widehat{BEA}$.

$(\overrightarrow{EA} ; \overrightarrow{EB}) = \mathbf{\widehat{BEA} = 108{,}4°}$

2.5 - Calculer la valeur de l'angle $\widehat{OAE}$.

$\widehat{OAE} = 180 - 108{,}4 = \mathbf{71{,}6°}$

D'après Bac pro Ebéniste Juin 2007