Exercices vecteurs extraits sujets de **Bac pro** *2007*

EXERCICE 1

Le but de cette partie est de calculer une valeur approchée de « l'angle » formé par la partie supérieure du logo en forme de plume.

Dans le plan rapporté au repère de l'annexe page suivante, on considère les points A (2,5 ; 4,375),

B (2 ; 1) et C (0 ; 3,125).

1) Placer, en **annexe**, le point B ; tracer la droite (AB) et la droite (AC).

2) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et celles du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

Corrigé

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 - 2,5 \\ 1 - 4,375 \end{pmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -0,5 \\ -3,375 \end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 0 - 2,5 \\ 3,125 - 4,375 \end{pmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2,5 \\ -1,25 \end{pmatrix}}$

3) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. Arrondir le résultat au centième.

Connaissant les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, on utilise l'expression analytique du produit

scalaire $\overrightarrow{u}\,.\,\overrightarrow{v} = x \times x' + y \times y'$

$\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC} = (-0,5) \times (-2,5) + (-3,375) \times (-1,25) = 1,25 + 4,22 = \mathbf{5,47}$

4) Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$. Arrondir les résultats au centième.

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-0,5)^2 + (-3,375)^2} = \sqrt{0,25 + 11,4} = \sqrt{11,65} \approx \mathbf{3,41}$

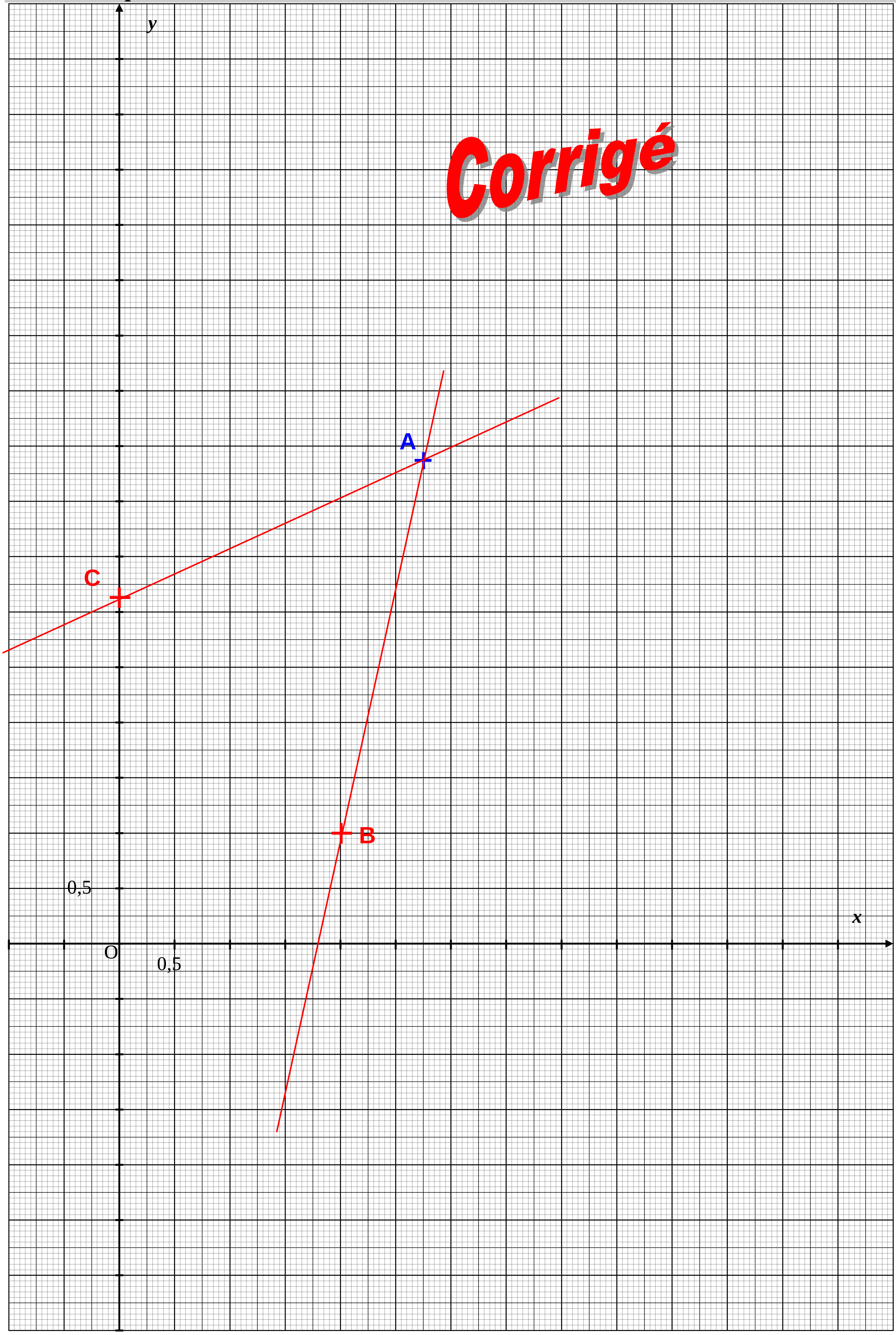
$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(-2,5)^2 + (-1,25)^2} = \sqrt{6,25 + 1,56} = \sqrt{7,81} \approx \mathbf{2,8}$

5) La valeur, en degrés, de l'angle BAC est notée α. Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\ \overrightarrow{AC}$ en fonction de cos α.

$\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos\alpha \Rightarrow \overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC} = 3,41 \times 2,8 \times \cos\alpha \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC} = 9,55 \times \cos\alpha}$

6) En déduire la valeur de l'angle $\widehat{BAC}$. Arrondir le résultat au degré.

$\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC} = 5,47$ donc $5,47 = 9,55 \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{5,47}{9,55} \Rightarrow \cos\alpha \approx 0,573 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha \approx 55°}$



D'après Bac pro AMA Communication graphique Juin 2007

EXERCICE 2

Dans le repère orthonormal du plan les coordonnées respectives des vecteurs $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_2}$ sont (3 ; – 3) et (2 ; $2\sqrt{3}$).

4.2.1 Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OM_1}\bullet\overrightarrow{OM_2}$. Arrondir le résultat au centième.

Connaissant les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_2}$, on utilise l'expression analytique du produit scalaire $\overrightarrow{u}\,.\,\overrightarrow{v} = x \times x' + y \times y'$

$\overrightarrow{OM_1}\,.\,\overrightarrow{OM_2} = 3 \times 2 + (-3) \times 2\sqrt{3}) \Rightarrow \overrightarrow{OM_1}\,.\,\overrightarrow{OM_2} = 6 - 6\sqrt{3} \Rightarrow \mathbf{\overrightarrow{OM_1}\,.\,\overrightarrow{OM_2} \approx -4{,}39}$

4.2.2. Calculer les normes de vecteurs $\|\overrightarrow{OM_1}\|$ et $\|\overrightarrow{OM_2}\|$.Arrondir les résultats au centième.

$\|\overrightarrow{OM_1}\| = \sqrt{3^2 + (-3)^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{OM_1}\| = \sqrt{18} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{OM_1}\| \approx 4{,}24}$

Corrigé

$\|\overrightarrow{OM_2}\| = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{OM_2}\| = \sqrt{16} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{OM_2}\| = 4}$

4.2.3. Calculer la valeur φ, en degré, de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{OM_1}\,,\,\overrightarrow{OM_2}}\right)$
Arrondir le résultat à l'unité.

$\overrightarrow{OM_1}\,.\,\overrightarrow{OM_2} = \|\overrightarrow{OM_1}\| \times \|\overrightarrow{OM_2}\| \times \cos\varphi \Rightarrow -4{,}39 = 4{,}24 \times 4 \times \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{-4{,}39}{4{,}24 \times 4}$

$\Rightarrow \cos\varphi \approx -0{,}259 \Rightarrow \boldsymbol{\varphi \approx 105°}$

D'après Bac pro ELEEC Juin 2007

EXERCICE 3

Etude du raccordement au point C de l'arc de courbe BC et de l'arc de cercle CA

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CO}$ et $\overrightarrow{CD}$ avec C (3,8 ; 1,2) et D (0 ; 13).

$\overrightarrow{CO}\begin{pmatrix} x_O - x_C \\ y_O - y_C \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{CO}\begin{pmatrix} 0 - 3{,}8 \\ 0 - 1{,}2 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{\overrightarrow{CO}\begin{pmatrix} -3{,}8 \\ -1{,}2 \end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 0 - 3{,}8 \\ 13 - 1{,}2 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -3{,}8 \\ 11{,}8 \end{pmatrix}}$

2. En utilisant les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CO}$ et $\overrightarrow{CD}$, vérifier que le produit scalaire $\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD}$ est égal à 0,28.

Connaissant les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CO}$ et $\overrightarrow{CD}$, on utilise l'expression analytique du produit scalaire $\overrightarrow{u}\,.\,\overrightarrow{v} = x \times x' + y \times y'$

$\overrightarrow{CO}\,.\,\overrightarrow{CD} = (-3{,}8) \times (-3{,}8) + (-1{,}2) \times 11{,}8 \Rightarrow \overrightarrow{CO}\,.\,\overrightarrow{CD} = 14{,}44 - 14{,}16 \Rightarrow \mathbf{\overrightarrow{CO}\,.\,\overrightarrow{CD} = 0{,}28}$

3. a) Calculer, arrondie au dixième, la norme $\|\overrightarrow{CD}\|$ du vecteur $\overrightarrow{CD}$.

$\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{(-3{,}8)^2 + 11{,}8^2} \Rightarrow \|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{153{,}68} \Rightarrow \mathbf{\|\overrightarrow{CD}\| \approx 12{,}4}$

b) Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD}$ en fonction du cosinus de l'angle $\widehat{OCD}$.

On rappelle que $\overrightarrow{OC}$ = 4 *(rayon du cercle de centre O).*

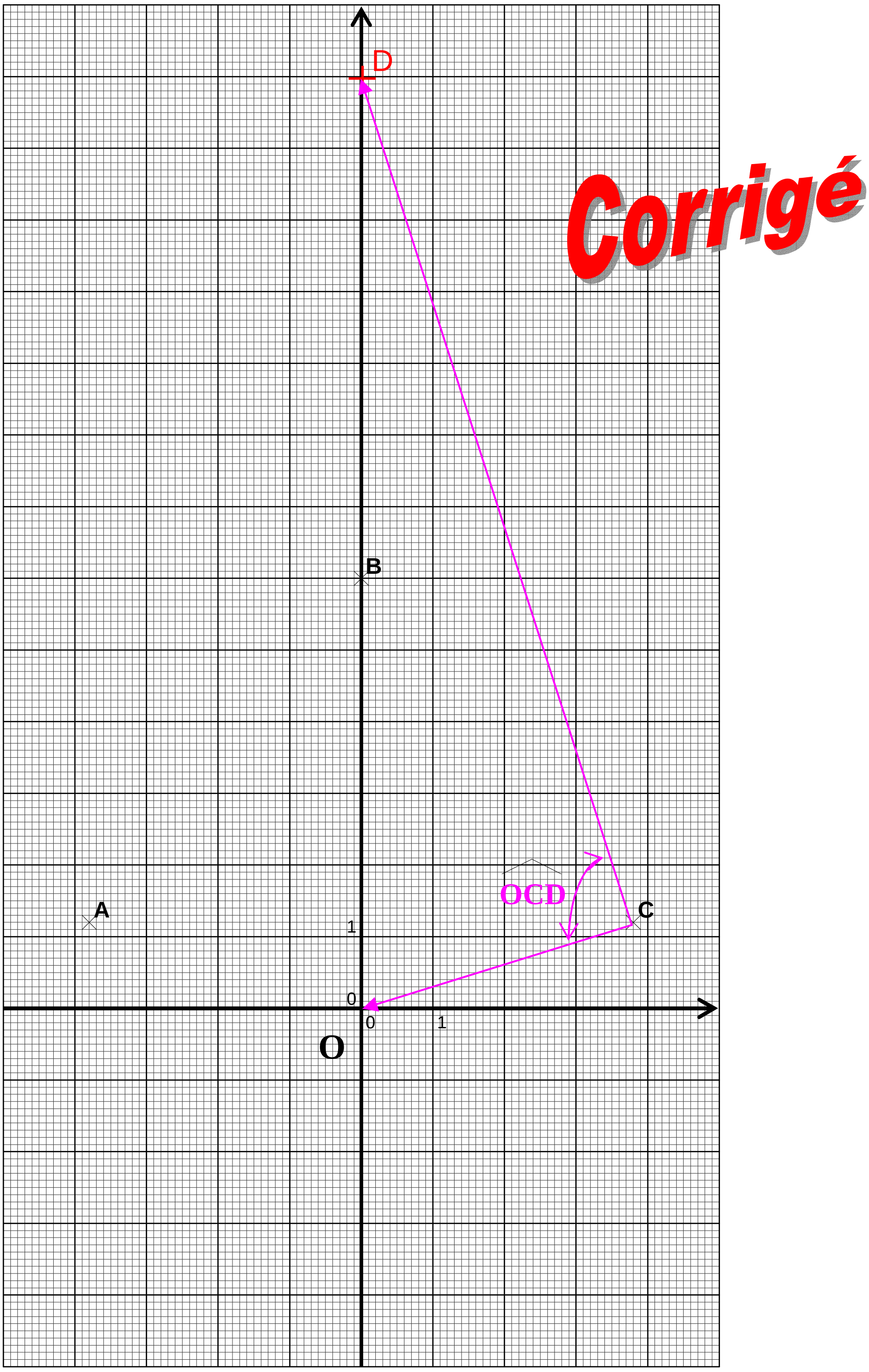
$\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD} = \|\overrightarrow{CO}\| \times \|\overrightarrow{CD}\| \times \cos \widehat{OCD} \Rightarrow \overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD} = 4 \times 12{,}4 \times \cos \widehat{OCD} \Rightarrow$

$\boldsymbol{\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD} = 49{,}6 \cos \widehat{OCD}}$

c) En déduire la mesure en degré, arrondie au dixième, de l'angle $\widehat{OCD}$.

$\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD} = 49{,}6 \times \cos \widehat{OCD} \Rightarrow \cos \widehat{OCD} = \dfrac{\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD}}{49{,}6} \Rightarrow \cos \widehat{OCD} = \dfrac{0{,}28}{49{,}6} \Rightarrow \cos \text{OCD} \approx 0{,}0056 \Rightarrow$

$\boldsymbol{\widehat{OCD} \approx 89{,}7°}$



D'après Bac pro Microtechniques Juin 2007