Exercices suites numériques extraits sujets de bac pro 2006

Le container est équipé d'un capteur de vitesse. Ce capteur permet de mesurer les distances parcourues durant chaque seconde.
On note e_1 l'espace parcouru pendant la première seconde de chute,
e_2 l'espace parcouru pendant la deuxième seconde de chute,
…
e_n l'espace parcouru pendant la n-ième seconde de chute.

1. On considère que la suite (e_n) est une suite arithmétique de premier terme $e_1 = 4{,}9$ et de raison $r = 9{,}8$.

a) Calculer e_2 et e_3.

$e_2 = 4{,}9 + 9{,}8 = \mathbf{14{,}7}$; $e_3 = 14{,}7 + 9{,}8 = \mathbf{24{,}5}$

b) Exprimer e_n en fonction de n.

$e_n = e_1 + (n - 1) \times r \Rightarrow e_n = 4{,}9 + (n - 1) \times 9{,}8 \Rightarrow e_n = 4{,}9 + 9{,}8n - 9{,}8 \Rightarrow \mathbf{e_n = 9{,}8n - 4{,}9}$

c) Calculer la valeur de e_{10}.

$e_{10} = 9{,}8 \times 10 - 4{,}9 \Rightarrow e_{10} = 98 - 4{,}9 \Rightarrow \mathbf{e_{10} = 93{,}1}$

d) Calculer la somme des 10 premiers termes de la suite (e_n).

$$S_{10} = 10\left(\frac{e_1 + e_{10}}{2}\right) \Rightarrow S_{10} = 10\left(\frac{4{,}9 + 93{,}1}{2}\right) \Rightarrow S_{10} = 10 \times 49 \Rightarrow \mathbf{S_{10} = 490}$$

2. Le container touche le sol au bout de 10 s.

a) Déduire de la question **1.** la hauteur H de largage du container.

Le container sera largué d'une hauteur : $H = e_1 + e_2 + e_3 + ... + e_{10} \Rightarrow$ $\mathbf{H = 490\ m}$

b) Retrouver cette valeur à l'aide de l'expression $f(t) = 4{,}9\,t^2$ définie dans l'exercice 1.

$f(t) = 4{,}9\,t^2 \Rightarrow f(10) = 4{,}9 \times 10^2 \Rightarrow 4{,}9 \times 100 \Rightarrow \mathbf{f(10) = 490\ m}$

Bac pro Aéronautique 2006

Un artisan assure des dépannages à domicile et utilise un véhicule utilitaire pour ses déplacements. La première année, il a parcouru une distance $d_1 = 10\,000$ km.

1.1. Chaque année la distance parcourue augmente de 4% par rapport à l'année précédente.

1.1. Calculer en kilomètre la distance d_2 parcourue la deuxième année. Calculer en kilomètre la distance d_3 parcourue la troisième année.

$$d_2 = d_1 + 4\%\text{ de } d_1 \Rightarrow d_2 = 10\,000 + \frac{4 \times 10\,000}{100} \Rightarrow d_2 = 10\,000 + 400 \Rightarrow \mathbf{d_2 = 10\,400\ km}\ ;$$

$$d_3 = d_2 + 4\%\text{ de } d_2 \Rightarrow d_2 = 10\,400 + \frac{4 \times 10\,400}{100} \Rightarrow d_2 = 10\,400 + 416 \Rightarrow \mathbf{d_2 = 10\,816\ km}$$

1.2. Vérifier que les distances parcourues d_1, d_2, d_3 sont les premiers termes d'une suite géométrique de raison $q = 1{,}04$.

$\frac{d_2}{d_1} = \frac{10\,400}{10\,000} = 1{,}04$; $\frac{d_3}{d_2} = \frac{10\,816}{10\,400} = 1{,}04$; Il s'agit bien d'une **suite géométrique de raison $q = 1{,}04$**

1.3. Calculer en kilomètre la distance d_{10} parcourue la dixième année. Arrondir le résultat à l'unité.

$d_{10} = d_1 \times q^{10-1} \Rightarrow d_{10} = 10\,000 \times 1{,}04^9 \Rightarrow \mathbf{d_{10} = 14\,233\ km}$

2. L'artisan considère que son véhicule utilitaire devra être remplacé lorsqu'il aura parcouru 120 000 kilomètres. Utiliser la suite précédente pour déterminer au bout de combien d'années, depuis sa mise en service, le véhicule devra être remplacé.

$S_k = d_1 \left(\frac{1-q^k}{1-q}\right)$ et $S_k = 120\,000$ km ; donc $10\,000 \times \left(\frac{1-1{,}04^k}{1-1{,}04}\right) = 120\,000 \Rightarrow \left(\frac{1-1{,}04^k}{1-1{,}04}\right) = \frac{120\,000}{10\,000}$

$\Rightarrow \left(\frac{1-1{,}04^k}{1-1{,}04}\right) = 12 \Rightarrow 1 - 1{,}04^k = 12 \times (1 - 1{,}04) \Rightarrow 1 - 1{,}04^k = -0{,}48 \Rightarrow 1{,}04^k = 1{,}48$

$\Rightarrow \log(1{,}04^k) = \log(1{,}48) \Rightarrow k \times \log(1{,}04) = \log(1{,}48) \Rightarrow k = \frac{\log(1{,}48)}{\log(1{,}04)} \approx 9{,}9958 \Rightarrow k \approx 10.$

Le véhicule devra être remplacé au bout de la 10ème année.

Bac pro MAEMC 2006

L'artisan désire habiller le plateau de la table d'un décor, succession de bandes de placage alternativement en frêne et en acajou.

Pour des raisons d'esthétique, l'artisan se fixe trois contraintes

- la longueur du plateau à habiller est de **1200 mm**
- à partir de la deuxième bande, la largeur de chaque bande est obtenue en multipliant par 1,5 la largeur de la bande précédente ;
- l'habillage total du plateau est constitué de **10 bandes**.

I - Etude théorique.

Les mesures des largeurs théoriques successives des bandes de placage constituent les termes d'une suite numérique.

On appelle

u_1 la mesure, en mm, de la largeur de la première bande (la plus petite).

u_2 la mesure, en mm, de la largeur de la deuxième bande.

1.1 - Exprimer u_2 en fonction de u_1 et u_3 en fonction de u_2.

$u_2 = \mathbf{u_1 \times 1{,}5}$

$u_3 = \mathbf{u_2 \times 1{,}5}$

1.2 - Donner la nature de la suite numérique (u_n) ; préciser sa raison.

$\frac{u_2}{u_1} = 1{,}5$; $\frac{u_3}{u_2} = 1{,}5$

La suite est une **suite géométrique de raison q = 1,5**.

1.3 - Exprimer u_{10} en fonction de u_1.

On sait que $u_n = u_1 \times q^{n-1} \Rightarrow \mathbf{u_{10} = u_1 \times 1{,}5^9}$

1.4 - On note S_{10} la somme des dix premiers termes de la suite numérique (u_n) Exprimer S_{10} en fonction de u_1

$S_k = u_1 \left(\frac{1-q^k}{1-q}\right) \Rightarrow S_{10} = u_1 \times \left(\frac{1-1{,}5^{10}}{1-1{,}5}\right) \Rightarrow \mathbf{S_{10} = u_1 \times \left(\frac{1-1{,}5^{10}}{-0{,}5}\right)}$ ou $\mathbf{S_{10} = u_1 \times \left(\frac{1{,}5^{10}-1}{0{,}5}\right)}$

1.5 - En prenant $S_{10} = 1200$, montrer que $u_1 = \frac{600}{1{,}5^{10}-1}$

$1200 = u_1 \times \left(\frac{1{,}5^{10}-1}{0{,}5}\right) \Rightarrow u_1 = \frac{1200}{\left(\frac{1{,}5^{10}-1}{0{,}5}\right)} \Rightarrow u_1 = 1200 \times \frac{0{,}5}{1{,}5^{10}-1} \Rightarrow \mathbf{u_1 = \frac{600}{1{,}5^{10}-1}}$

Valeurs exactes de u_n	Valeurs arrondies à 0,1	Valeurs arrondies à l'unité
$\frac{600}{1,5^{10}-1}$	10,6	11
$\frac{600}{1,5^{10}-1}\times 1,5$	15,9	16
$\frac{600}{1,5^{10}-1}\times 1,5^2$	23,8	24
$\frac{600}{1,5^{10}-1}\times 1,5^3$	35,7	36
$\frac{600}{1,5^{10}-1}\times 1,5^4$	53,6	54
$\frac{600}{1,5^{10}-1}\times 1,5^5$	80,4	80
$\frac{600}{1,5^{10}-1}\times 1,5^6$	120,6	121
$\frac{600}{,5^{10}-1}\times 1,5^7$	180,9	181
$\frac{600}{1,5^{10}-1}\times 1,5^8$	**271,4**	**271**
$\frac{600}{1,5^{10}-1}\times 1,5^9$	**407,1**	**407**
Somme des valeurs arrondies	**1200**	**1201**

II - Retour au problème concret.

Pour les mesures des largeurs des bandes à découper, l'artisan hésite entre un arrondi au dixième et un arrondi à l'unité des valeurs théoriques obtenues à partir de la suite numérique (u_n)

2.1- Compléter le tableau de **l'annexe 2**.

2.2 - Quel arrondi doit-il choisir ? Justifier la réponse.

Il devra choisir l'**arrondi au dixième**, dont la somme des largeurs est égale à la longueur du plateau.

Bac pro Ebéniste 2006

Le prix de l'eau

Dans les agglomérations, les travaux d'assainissement (comme ceux évoqués dans l'exercice 1) sont à la charge des habitants. Le tableau ci-dessous donne le prix d'un mètre cube d'eau et indique la part du prix correspondant aux travaux d'assainissements (Redevance assainissement).

Prix du m³	Rappel tarifs 2003	Tarifs 2004
	€ T.T.C	€ T.T.C
Eau	0,86	0,88
Lutte contre la pollution	0,37	0,34
Préservation des ressources en eau	0,05	0,05
Fonds national	0,02	0,02
Prix total du m³ (hors assainissement)	1,30	1,29
Redevance assainissement	0,91	1
Prix total du m³ (assainissement compris)	2,21	2,29

2.1. Calculer, en pourcentage, l'augmentation de la redevance assainissement entre 2003 et 2004 (arrondir le résultat à l'unité).

Augmentation de la redevance assainissement entre 2003 et 2004 : $1 - 0{,}91 = 0{,}09$

Pourcentage d'augmentation de la redevance assainissement : $\frac{0{,}09}{0{,}91} \times 100 = 9{,}89\ \% \approx$ **10 %**

2.2. A partir de 2003, le montant de la redevance assainissement augmente de 10 % par an. On note

u_1 le montant de la redevance assainissement de l'année 2003,
u_2 le montant de la redevance assainissement de l'année 2004,
----
u_n le montant de la redevance assainissement de l'année 2003 + (n − 1).

2.2.1. Calculer u_3, le montant de la redevance assainissement de l'année 2005.

$u_2 = u_1 + 10\%$ de $u_1 \Rightarrow u_2 = 1{,}1 \times u_1 \Rightarrow u_3 = 1{,}1 \times u_2 \Rightarrow u_3 = u_1 \times 1{,}1^2 \Rightarrow u_3 = 0{,}91 \times 1{,}21 \Rightarrow$ $\mathbf{u_3 \approx 1{,}1}$

2.2.2. Les montants de la redevance assainissement forment une suite géométrique (u_n) de 1er terme

$u_1 = 0{,}91$. Donner la raison de cette suite.

$\frac{u_3}{u_2} = 1{,}1$; $\frac{u_2}{u_1} = 1{,}1 \Rightarrow$ la raison de cette suite est **q = 1,1**

2.2.3. En utilisant le formulaire, donner en fonction de n l'expression du terme u_n de rang n.

$u_n = u_1 \times q^{n-1} \Rightarrow$ $\mathbf{u_n = 0{,}91 \times 1{,}1^{n-1}}$

2.2.4. Déterminer le rang n de l'année 2010 et calculer le montant de la redevance assainissement au cours de l'année 2010 (arrondir au centime d'euro).

L'année 2010 correspond au 8ème terme de la suite

$u_8 = 0{,}91 \times 1{,}1^{8-1} \Rightarrow u_8 = 0{,}91 \times 1{,}1^7 \Rightarrow u_8 = 0{,}91 \times 1{,}949 \Rightarrow \mathbf{u_8 = 1{,}77}$ **€**

En 2010, la redevance assainissement coûtera 1,77 €

2.2.5. Déterminer l'année au cours de laquelle le montant u_n de la redevance assainissement, arrondi au centime d'euro, sera égal à 1,95 €.

$u_n = 1{,}95 \Rightarrow 1{,}95 = 0{,}91 \times 1{,}1^{n-1} \Rightarrow 1{,}1^{n-1} = \frac{1{,}95}{0{,}91} \Rightarrow 1{,}1^{n-1} = 2{,}143 \Rightarrow \log(1{,}1^{n-1}) = \log(2{,}143)$

$\Rightarrow (n-1) \times \log(1{,}1) = \log(2{,}143) \Rightarrow n - 1 = \log(2{,}143)/\log(1{,}1) \Rightarrow n - 1 = 0{,}331/0{,}041 = 7{,}996$

$\Rightarrow n = 9$; **Le montant de la redevance d'assainissement sera égal à 1,95 € en 2011**

Bac pro Hygiène 2006

Le comptable d'une entreprise de transport international réalise une étude prévisionnelle.
Pour cela il étudie l'évolution du montant des charges de l'entreprise et celle des recettes entre 2005 et 2015.

PARTIE I : Etude de l'évolution des charges de la société

A.

Le montant des charges de l'entreprise pour l'année 2005 est 200 000 €.
On estime que le montant des charges diminue de 5% par an jusqu'en 2015.

1) Calculer le montant des charges en 2006, 2007, 2008.

Coefficient de réduction (100% − 5%) $1-\dfrac{5}{100}=0{,}95$

En 2006 : $200\,000 \times 0{,}95 = 190\,000$ €
En 2007 : $190\,000 \times 0{,}95 = 180\,500$ €
En 2008 : $180500 \times 0{,}95 = 171\,475$ €

Le montant des charges en 2006, 2007, 2008 sont respectivement 190 000 euros, 180 500 euros, 171 475 euros.

2) Le montant des charges de 2005 à 2008 sont les premiers termes d'une suite de nombres.

a) Déterminer la nature de la suite. Justifier la réponse.

$$\frac{190000}{200000}=\frac{180500}{190000}=\frac{171475}{180500}=0{,}95$$

La suite est de nature **géométrique**, on passe d'un terme au suivant en multipliant par 0,95.

b) Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.

Le premier terme de la suite est $\mathbf{u_1 = 200\,000}$, la raison de la suite est $\mathbf{q = 0{,}95}$

3) Calculer, en €, le montant des charges sur les 11 années de 2005 à 2015.

le montant des charges sur les 11 années de 2005 à 2015 correspond à la somme $S_{11} = 200\,000 \times \dfrac{1-0{,}95^{11}}{1-0{,}95} = 1\,724\,799{,}63$

Le montant des charges sur les 11 années de 2005 à 2015 est 1 724 799,63 €.

B.

Le montant y, exprimé en euros, des charges de l'entreprise est donné en fonction du rang de l'année par :

$$y = 200\,000 \times 0{,}95^{x}$$

$x = 0$ est le rang de l'année 2005 ; $x = 1$ est le rang de l'année 2006, …etc.

On a tracé **en annexe** la courbe C_f représentative de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ;11] par :

$$f(x) = 200\,000 \times 0{,}95^{x}$$

1) Déterminer graphiquement en quelle année le montant des charges sera de 147 000 €.
(laisser apparents les traits utiles à la lecture)

Le montant des charges sera de 147 000 € pour $x = 6$ soit l'année 2011.

2) Retrouver le résultat par le calcul en résolvant l'équation :

$$200\,000 \times 0{,}95^{x} = 147\,000$$

$$0{,}95^{x} = \frac{147\,000}{200\,000}$$

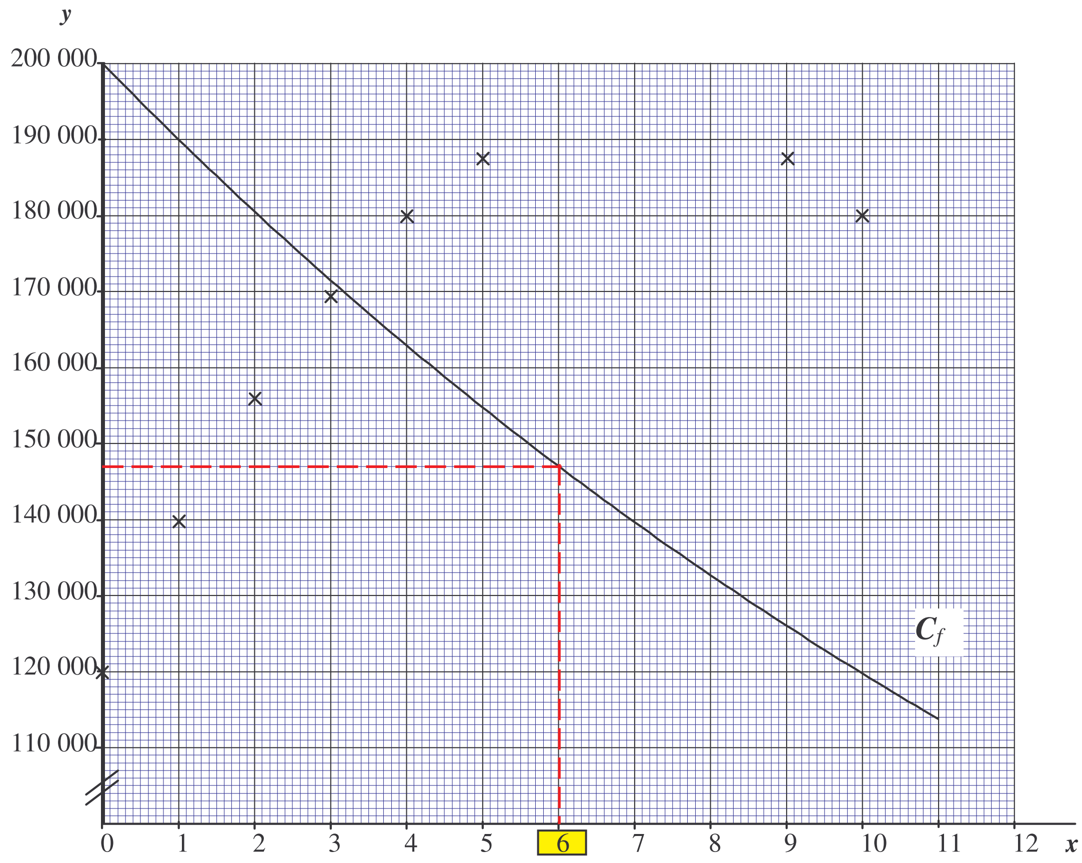
$0{,}95^x = 0{,}735$

$\log 0{,}95^x = \log 0{,}735$ $(0{,}95 > 0$ et $0{,}735 > 0)$

$x \log 0{,}95 = \log 0{,}735$

$x = \dfrac{\log 0{,}735}{\log 0{,}95}$

***x* = 6**



Bac pro Comptabilité 2006

Un pendule considéré comme simple est abandonné sans vitesse initiale à partir d'une certaine amplitude. Afin de modéliser l'influence des frottements on détermine expérimentalement la vitesse linéaire chaque fois qu'il passe à la verticale de son point d'attache. On obtient les résultats suivants :

Nombre de passages	1	2	3	4
Vitesse linéaire en m/s	0,750	0,600	0,480	0,384

1.1. Montrer que ces quatre vitesses, dans cet ordre, sont les quatre premiers termes d'une suite géométrique dont on donnera la raison.

$\dfrac{0{,}600}{0{,}75} = 0{,}8$; $\dfrac{0{,}48}{0{,}6} = 0{,}8$; $\dfrac{0{,}384}{0{,}48} = 0{,}8$

C'est une suite géométrique de raison *q* = 0,8

1.2. On définit une suite géométrique (V_n) de premier terme 0,75 et de raison 0,8.

1.2.1. Exprimer v_n en fonction de *n*.

$v_n = v_1 \times q^{n-1} \Rightarrow \boldsymbol{v_n = 0{,}75 \times 0{,}8^{n-1}}$

1.2.2. En utilisant le logarithme, résoudre l'équation $0{,}75 \times 0{,}8^x = 0{,}1$.

Arrondir le résultat à l'unité.

$0{,}8^x = \dfrac{0{,}1}{0{,}75} \Rightarrow \log(0{,}8^x) = \log\left(\dfrac{0{,}1}{0{,}75}\right) \Rightarrow x \times \log(0{,}8) = \log\left(\dfrac{0{,}1}{0{,}75}\right) \Rightarrow x = \dfrac{\log\left(\dfrac{0{,}1}{0{,}75}\right)}{\log(0{,}8)} \Rightarrow x = 9{,}029$

$\boldsymbol{x = 9}$

1.3. On admet que l'équation précédente a pour solution $x = 9$.
Déterminer la valeur de n telle que : $v_n = 0{,}1$.

$v_n = 0{,}75 \times 0{,}8^{n-1}$ et $v_n = 0{,}1 \Rightarrow 0{,}75 \times 0{,}8^{n-1} = 0{,}1 \Rightarrow n - 1 = 9 \Rightarrow \boldsymbol{n = 10}$

Bac pro Horlogerie 2006

Une boutique spécialisée dans la vente de DVD a récemment ouvert un site Internet de location en ligne. Afin d'évaluer la pertinence de ce choix, le service commercial vous demande d'évaluer :

- le nombre de connexions durant la 10ème semaine.
- le nombre de semaines nécessaires pour que le nombre total de connexions depuis l'ouverture du site soit supérieur à 20 000.

Vous disposez d'un tableau indiquant le nombre d'internautes qui se sont connectés sur le site au cours des cinq premières semaines.

Semaine	1	2	3	4	5
Nombre de connexions	278	495	724	944	1 153

PREMIÈRE PARTIE

On considère que la suite numérique formée des nombres successifs de connexions est proche du modèle mathématique suivant :

Semaine	1	2	3	4	5
Terme U_n	$U_1 = 280$	500	720	940	1 160

1. Montrer que U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 sont les cinq premiers termes d'une suite arithmétique (U_n), et préciser sa raison.

$U_2 - U_1 = 500 - 280 = 220$; $U_3 - U_2 = 720 - 500 = 220$; $U_4 - U_3 = 940 - 720 = 220$; $U_5 - U_4 = 1160 - 940 = 220$; Il s'agit bien d'une **suite arithmétique de raison r = 220**.

2. a. Donner l'expression de U_n en fonction de n.

$U_n = U_1 + (n-1) \times r \Rightarrow \boldsymbol{U_n = 280 + (n-1) \times 220}$

b. Montrer que U_n peut s'écrire : $U_n = 220n + 60$.

$U_n = 280 + (n-1) \times 220 \Rightarrow U_n = 280 + 220n - 220 \Rightarrow U_n = 220n + 60$

3. Calculer U_{10}.

$U_n = 220n + 60 \Rightarrow U_{10} = 220 \times 10 + 60 \Rightarrow \boldsymbol{U_{10} = 2\,260}$

4. Montrer que la somme des n premiers termes de cette suite peut s'écrire sous la forme $S_n = \dfrac{n(340 + 220n)}{2}$ et plus simplement sous la forme $S_n = 110n^2 + 170n$.

$$S_n = \frac{n(U_1 + U_n)}{2} = \frac{n(280 + 220n + 60)}{2} = \boldsymbol{\frac{n(340 + 220n)}{2}}$$

$$\text{Donc } S_n = \frac{340n + 220n^2}{2} = \frac{340n}{2} + \frac{220n^2}{2} = \boldsymbol{170n + 110n^2}$$

Bac pro Secrétariat 2006