

Session 2009

Corrigé

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

MAINTENANCE de VEHICULES AUTOMOBILES

Options : Voitures Particulières, Véhicules Industriels, Bateaux de Plaisance, Motocycles

Domaine E1 – Epreuve Scientifique et Technique

MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

La calculatrice est autorisée.

Les documents à rendre avec la copie seront agrafés en bas
de la copie par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Le sujet comporte 7 pages dont :

- Page de garde page 1/7
- Formulaire de Mathématiques page 2/7
- Sujet de mathématiques pages 3/7 et 4/7
- Sujet de Sciences Physiques pages 5/7
- Annexe de Mathématiques pages 6/7 et 7/7

<u>Fonction f</u>	<u>Dérivée f'</u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Corrigé

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^p n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Relations métriques dans le triangle rectangle

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

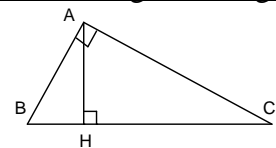
- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2} (B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\ \vec{v}\ = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\ \vec{v}\ = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$= 1 - 2 \sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

MATHEMATIQUES (15 points)

Une automobile hybride est un véhicule disposant de deux types de motorisation : un moteur thermique et un moteur électrique, afin de limiter la consommation de carburant.

On se propose d'étudier la répartition des ventes de véhicules hybrides ces dernières années puis on s'intéressera aux prévisions de vente pour la prochaine décennie.

Corrigé**EXERCICE 1 Ventes de véhicules hybrides (8 points)**

Une concession fait une étude statistique de ses ventes de modèles hybrides ces six dernières années. Le directeur dispose du tableau suivant :

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de modèles hybrides vendus y_i	18	32	65	84	105	123

1.1. Placer les points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans le repère de l'**annexe 1 de la page 6/7**

1.2. On note G_1 le point moyen du nuage de points correspondants aux années de rang 1 à 3 et G_2 le point moyen du nuage de points correspondant aux années de rang 4 à 6

1.2.1. Justifier que les coordonnées des points G_1 et G_2 , arrondies à l'unité sont $G_1(2 ; 38)$ et $G_2(5 ; 104)$

$$x_1 = \frac{1+2+3}{3} = \frac{6}{3} = 2 ; y_1 = \frac{18+32+65}{3} = \frac{115}{3} = 38,3 : \mathbf{G_1(2 ; 38)}$$

$$x_2 = \frac{4+5+6}{3} = \frac{15}{3} = 5 ; y_2 = \frac{84+105+123}{3} = \frac{312}{3} = 104 : \mathbf{G_2(5 ; 104)}$$

1.2.2. Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique de l'**annexe 1** puis tracer la droite d'ajustement affine (G_1G_2)

1.3. Dans le plan rapporté au repère $(Ox ; Oy)$, l'équation de la droite (G_1G_2) est de la forme $y = ax + b$

1.3.1. Montrer que les coordonnées des points G_1 et G_2 permettent d'écrire le système suivant :

$$\begin{cases} 2a + b = 38 \\ 5a + b = 104 \end{cases}$$

Si G_1 appartient à (G_1G_2) alors : $y_1 = ax_1 + b \Rightarrow 38 = a \times 2 + b \Rightarrow 38 = 2a + b$

Si G_2 appartient à (G_1G_2) alors : $y_2 = ax_2 + b \Rightarrow 104 = a \times 5 + b \Rightarrow 104 = 5a + b$

1.3.2. Résoudre ce système par la méthode de votre choix.

Déterminant du système : $d = xy' - x'y \Rightarrow d = 2 \times 1 - 5 \times 1 \Rightarrow d = -3$

$$a = \frac{zy' - z'y}{d} \Rightarrow a = \frac{38 \times 1 - 104 \times 1}{-3} \Rightarrow a = \frac{-66}{-3} \Rightarrow \mathbf{a = 22}$$

Le système est du type :

$$\begin{cases} xa + yb = z \\ x'a + y'b = z' \end{cases}$$

$$b = \frac{xz' - x'z}{d} \Rightarrow b = \frac{2 \times 104 - 5 \times 38}{-3} \Rightarrow b = \frac{208 - 190}{-3} \Rightarrow b = \frac{18}{-3} \Rightarrow b = -6$$

Résolution par combinaison linéaire :

$$\begin{cases} 2a + b = 38 & \textcircled{1} \\ 5a + b = 104 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : -3a = -66 \Rightarrow a = -66/-3 \Rightarrow a = 22$$

$$\text{Dans } \textcircled{1} : 2 \times 22 + b = 38 \Rightarrow b = 38 - 44 \Rightarrow b = -6$$

1.3.3. En déduire une équation de la droite d'ajustement (G_1G_2).

$$y = 22x - 6$$

Partie 2 – Prévion des ventes en 2009

On suppose que l'évolution des ventes se poursuit jusqu'en 2009.

On désire utiliser l'ajustement précédent afin de prévoir les ventes en 2009

1.4. Déterminer graphiquement une estimation du nombre de véhicules vendus en 2009.

Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

En 2009 : 7^{ème} année, la concession vendra **148 véhicules**

1.5. L'objectif des ventes fixé à la concession pour l'année 2009 est de 15% d'augmentation par rapport à l'année 2008

1.5.1. Calculer le nombre de véhicules qui devraient être vendus en 2009 pour atteindre cet objectif.
Arrondir le résultat à l'unité.

Nombre de véhicules qui devraient être vendus pour atteindre l'objectif : $123 \times 1,15 = 141$ véhicules

1.5.2. L'estimation du nombre de véhicules vendus en 2009 permet-elle de penser que l'objectif des ventes sera atteint

L'objectif des ventes sera atteint (148 véhicules vendus pour un objectif de 141)

EXERCICE 2 Prévion des ventes de 2009 à 2018 (7 points)

Compte tenu de la hausse du prix du pétrole et de l'impact des émissions de dioxyde de carbone et autres polluants sur le réchauffement de la planète, la vente de véhicules hybrides devrait croître fortement à partir de l'année 2009.

On note (comme dans l'exercice 1) x le rang de l'année à partir de 2003, par exemple :

2003 est de rang 1, 2004 est de rang 2 ...

Pour la période de 2009 à 2018, la concession table sur une progression de ses ventes annuelles telle que, à partir de l'année 2009, le nombre N de véhicules est donné par la relation :

$$N(x) = 2x^2 - 6x + 102$$

Corrigé

2.1. Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[7 ; 16]$ par $f(t) = 2t^2 - 6t + 102$

2.1.1. Vérifier que $f(7) = 158$

$$f(7) = 2 \times 7^2 - 6 \times 7 + 102 \Rightarrow f(7) = 98 - 42 + 102 \Rightarrow f(7) = 200 - 42 \Rightarrow f(7) = 158$$

2.1.2. Soit f' la fonction dérivée de f . Déterminer $f'(t)$.

$$f'(t) = 2 \times 2t - 6 \Rightarrow f'(t) = 4t - 6$$

2.1.3. Calculer $f'(7)$.

$$f'(7) = 4 \times 7 - 6 \Rightarrow f'(7) = 28 - 6 \Rightarrow f'(7) = 22$$

2.1.4. Compléter le tableau de valeurs en **annexe 1**.

2.1.5. Tracer la représentation graphique C_f de la fonction f dans le repère défini sur l'**annexe 2 de la page 7/7**.

2.2 L'objectif de l'entreprise est de vendre trois fois plus de véhicules que la septième année, soit 474 véhicules. Elle désire connaître l'année pour laquelle elle atteindra cet objectif.

Déterminer graphiquement l'année à partir de laquelle cet objectif est atteint.

Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

L'objectif sera atteint à partir de la **16^{ème} année, soit en 2018**.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Le moteur hybride est, comme son nom l'indique, un «double-moteur» : un moteur thermique classique à essence et un autre électrique. Les moteurs sont reliés à un train épicycloïdal permettant de rouler soit sur l'un des moteurs soit sur les deux simultanément.

L'étude porte sur la puissance délivrée par le moteur à essence.

Formulaire :

$$\omega = 2\pi n$$

avec ω : vitesse de rotation en rad/s
 n : fréquence de rotation en tr/s

$$P = \mathcal{M}\omega$$

avec P : puissance en W
 \mathcal{M} : Moment du couple en N.m
 ω : vitesse de rotation en rad/s

$$P = m \times g \times v$$

avec P : puissance en W
 m : masse en kg
 g : accélération de la pesanteur
 v : vitesse en m/s

Corrigé

EXERCICE 3

Le moteur à essence exerce sur l'arbre un couple moteur de moment $\mathcal{M} = 129 \text{ N.m}$ à 70 tr/s.

3.1. Calculer, en rad/s, la vitesse de rotation ω . Arrondir le résultat au dixième.

$$\omega = 2\pi n \Rightarrow \omega = 2\pi \times 70 \Rightarrow \omega = 140\pi \text{ rad/s} \Rightarrow \omega \approx 439,8 \text{ rad/s}$$

3.2. Calculer, en kW, la puissance P développée par le moteur. Arrondir le résultat au dixième.

$$P = \mathcal{M}\omega \Rightarrow P = 129 \times 439,8 \Rightarrow P = 56734 \text{ W} \Rightarrow P = 56,7 \text{ kW}$$

3.3. Le constructeur donne une puissance pour le moteur à essence de 77CV (cheval-vapeur).

3.3.1. Calculer, en watt, la puissance lorsque :

$$m = 75 \text{ kg} \quad v = 3,6 \text{ km/h soit } 1 \text{ m/s} \quad g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Cette puissance correspond à 1 CV.

$$P = m \times g \times v \Rightarrow P = 75 \times 9,8 \times 1 \Rightarrow P = 735 \text{ W}$$

Corrigé

3.3.2. Calculer, en kW, la puissance du moteur à essence. Arrondir le résultat au dixième.

$$P = 77 \times 735 \Rightarrow P = 56595 \text{ W} \Rightarrow P = 56,6 \text{ kW}$$

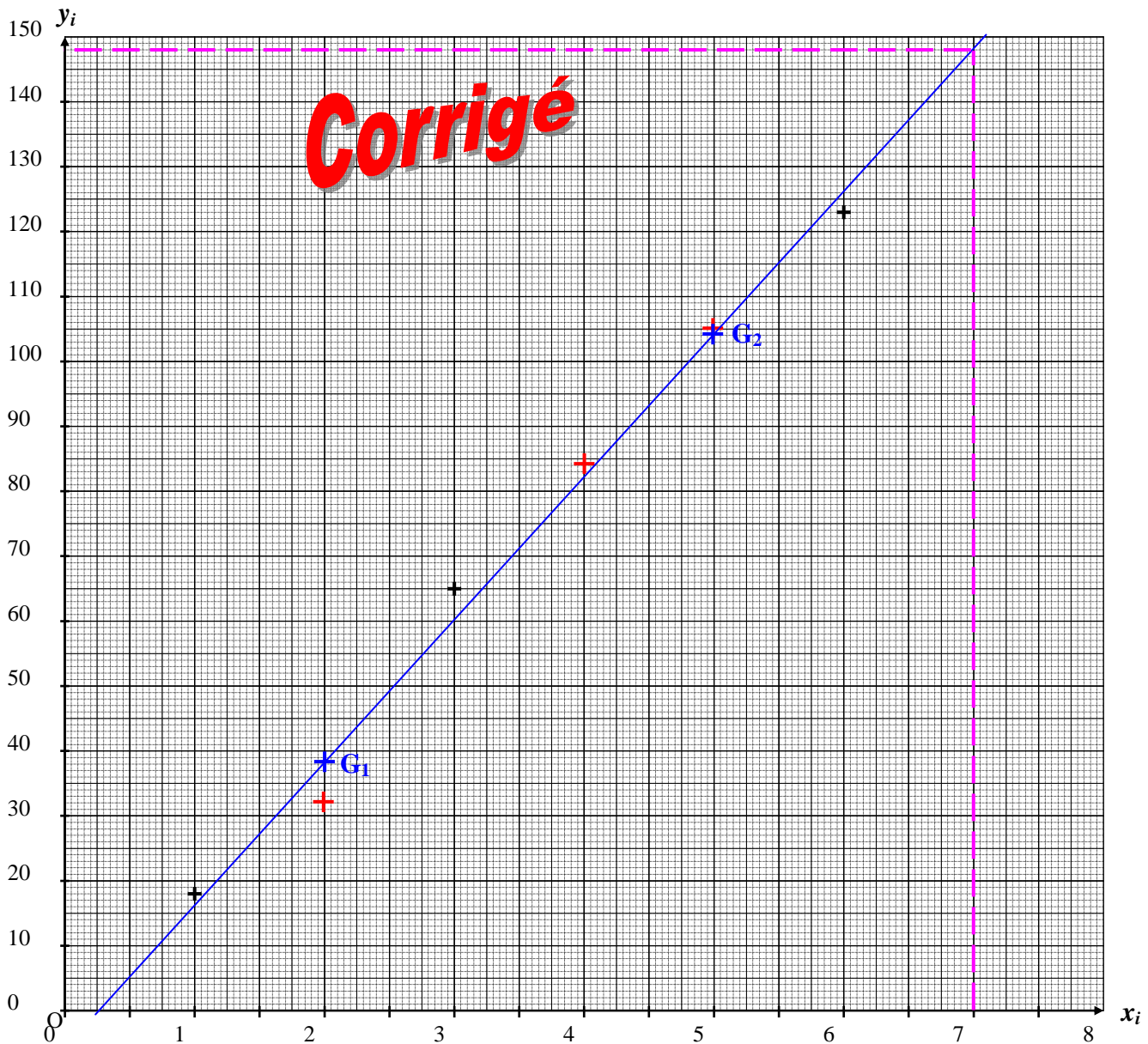
3.3.3. Comparer la puissance calculée à la question 3.2. et celle donnée par le constructeur.

Les puissances ne diffèrent que de 0,1 kW, les deux puissances sont pratiquement équivalentes.

A rendre obligatoirement avec la copie

ANNEXE 1

Exercice 1, partie 1 :



Exercice 2

Tableau de valeurs

t	7	8	9	11	12	13	14	15	16
$f(t)$	158	182	210	278	318	362	410	462	518

A rendre obligatoirement avec la copie

ANNEXE 2

Corrigé

Exercice 2

